www.MathsApi.com

රාජකීය විද්‍යාලය - කොළඹ 07

Royal College Colombo 07

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය

General Certificate of Education (Adv. Level) Examination

13 වන ශ්‍රේණිය - අනාවරණ පරීක්ෂණය 2020 අගෝස්තු

Grade 13 Screening Test August 2020

සංයුක්ත ගණිතය - I

- ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

B - කොටස

11. (a) (i) $f(x) = x^4 - 2x^3 - 7x^2 + 8x - 20$ යැයි ගනිමු. $f(x)$ යන්න, $[g(x)]^2 + \lambda [g(x)] - 32$ ය ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න. λ යනු නිර්ණය කළ යුතු නියතයක් වන අතර $g(x)$ යනු නිර්ණය ක යුතු වර්ගජ ශ්‍රිතයකි.

(ii) ඒනයින්, $f(x) = 0$ සමීකරණයට තාත්ත්වික මූලයන් දෙකක් පමණක් ඇති බව අපෝහනය කරන්න. එම තාත්ත්වික මූලයන් දෙක α හා β නම් $\alpha + \beta$ සහ $\alpha\beta$ හි අගයන් සොයන්න. තවදුරටත් α හා β දෙසවීමෙන් තොරව එම මූල එකිනෙකට ප්‍රතිවිරුද්ධ ලකුණින් යුතු බව පෙන්වන්න.

(iii) තවද $\dfrac{\alpha}{\alpha+1}, \dfrac{\beta}{\beta+1}$ මූල වන වර්ගජ සමීකරණය $8x^2 - 19x + 10 = 0$ බව පෙන්වන්න.

(b) (i) $g(x) = ax^4 - 2x^3 - 4x + b$ යැයි ගනිමු. මෙහි $a, b \in \mathbb{R}$ වේ. $(x + 1)$ යනු $g(x)$ හි සාධකයකි. $(x +$ මගින් $g(x)$ බෙදූ විට ශේෂය 48 ක් වෙයි. a, b අගයන් සොයන්න.

(ii) $g(x)$ ඒකජ සාධක වලට වෙන් කරන්න. ඒනයින් $g(x) = 0$ හි සියලුම මූල සොයන්න.

(iii) $(x + 1)(x - 2) = x(x - 1) + \mu$ යන ආකාරයෙන් ලිවීමෙන් $g(x)$ ශ්‍රිතය $x^3 + 2x$ මගින් බෙදූ විට ශේෂ සොයන්න.

12. (a) (i) $S_n = \dfrac{1}{2} + \dfrac{3}{8} + \dfrac{15}{48} + \dfrac{105}{384} + \ldots$ යන ශ්‍රේණියේ පද n හි එකතුව S_n වෙයි.

එහි r වන පදය වන U_r, r ඇසුරෙන් ලියා දක්වන්න.

ඒනයින් $r \geq 2$ වන $\dfrac{U_r}{U_{r-1}} = \dfrac{2r-1}{2r}$ බව පෙන්වන්න. මෙහි $r \in Z^+$ වෙයි.

(ii) ඉහත සම්බන්ධතාවය සලකමින්, $U_{r-1} = f(r) - f(r-1)$ වන අයුරින් $f(r)$ සොයන්න. මෙහි $f(r)$ යනු U_r ඇසුරෙන් නිර්ණය කළ යුතු ශ්‍රිතයකි.

තවද $\sum_{r=1}^{n} U_r = (2n+1)U_n - 1$ බව පෙන්වන්න.

(iii) $r \in Z^+$ වන පරිදි $V_r = \dfrac{2U_r}{(2r-1)U_{r-1}}$ ලෙස අර්ථ දක්වෙන අනුක්‍රමයෙහි මුල් පද පහ ලියා දක්වන්න.

$\sum_{r=1}^{\infty}\left(\dfrac{1}{2}\right)$ අනන්ත ශ්‍රේණිය සැලකීමෙන් හෝ අන් අයුරකින් $\sum_{r=1}^{\infty} V_r$ අනන්ත ශ්‍රේණිය අභිසාරී නොවන බව සාධනය කරන්න.

(b) $f(x) = |x^2 - 9| + |2x + 7| + x + 10$ හි ප්‍රස්තාරය OXY කාටීසිය අක්ෂ පද්ධතියක තුළ ඇඳ දක්වන්න.

ඒනයින්, $f(x) \leq g(x)$ හි විසඳුම් $\dfrac{-7}{2} \leq x \leq 0$ තුළ ඇතිවන ලෙස $g(x)$. වර්ගජ ශ්‍රිතයක් නිර්ණය කරන්න.

www.MathsApi.com

www.MathsApi.com

13. (a) (i) A හා B යනු ගණය nxn ; $n \in Z^+$ වන පරිදි වූ සමචතුරස්‍ර න්‍යාස දෙකක් යැයි ගනිමු.
$A + B = AB$ ලෙස දී ඇත්නම්, $AB = BA$ බව අපෝහනය කරන්න.

(ii) $\alpha \in R$ වන පරිදි $A_\alpha = \begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$ යැයි ගනිමු.

A_α^{-1} පවතින බව පෙන්වා එය සොයන්න.

තවද $A_\alpha^{-1} = A_\alpha^T$ බව පෙන්වන්න.

තවදුරටත් $\beta \in R$ වන පරිදි $A_\alpha A_\beta = A_{\alpha \cdot \beta}$ බව ලබා ගන්න.

(b) (i) $\sqrt{-1-\sqrt{-1-\sqrt{-1-\sqrt{-1...}}}}$ යන්න α හෝ α^2 ආකාර බව පෙන්වන්න. මෙහි α යන්නට එකිනෙකට ප්‍රභින්න සංකීර්ණ සංඛ්‍යා දෙකක් පැවතිය හැකි බව පෙන්වා එය, $\alpha = u + vi$; $(u, v) \in R$, $i^2 = -1$ ආකාරයට ප්‍රකාශ කරන්න.
එම ප්‍රභින්න සංකීර්ණ සංඛ්‍යා යුගලය ආගන්ඩ් සටහනක නිරූපණය කරන්න. එම ලක්ෂයන් A හා B නම් OAB කොටසේ වර්ගඵලය වර්ග ඒකක $\frac{\sqrt{3}}{4}$ ක් බව පෙන්වන්න.

තවදුරටත්, $(a + b\alpha + c\alpha^2)\ (a + b\alpha^2 + c\alpha) = \frac{1}{2}\ [(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2]$ බව පෙන්වන්න.

මෙහි $a, b, c \in R$ වෙයි.

14. (a) $x \neq \pm 2$ සඳහා $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 - 4}$ යැයි ගනිමු.

$x \neq \pm 2$ සඳහා $f(x)$ හි ව්‍යුත්පන්නය $f'(x)$ යන්න $f'(x) = \frac{-6x}{(x^2-4)^2}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

ස්පර්ශෝන්මුඛ, y අන්තඃඛණ්ඩය හා හැරුම් ලක්ෂ්‍යය දක්වමින් $y = f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

$x \neq \pm 2$ සඳහා $f''(x) = \frac{6(3x^2 + 4)}{(x^2 - 4)^3}$ බව දී ඇත.

$y = f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයේ නති වර්තන ලක්ෂ්‍යවල x ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

ඒනයින් $(k - 2)x^2 + 5 - 4k = 0$, සමීකරණයට

a) එක් තාත්ත්වික විසඳුමක් වත් නොපවතින පරිදි
b) තාත්ත්වික සමපාත මූල පවතින පරිදි
c) තාත්ත්වික ප්‍රභින්න මූල පවතින පරිදි k ට ගතහැකි අගයන් හෝ අගය පරාසය සොයන්න.

(b) ලෝක සෞඛ්‍ය සංවිධානය (WHO) වාර්තා අනුව, ලෝකයේ සමස්ත $COVID - 19$ ආසාදිතයන් 2020 අප්‍රේල් මස සෑම දිනකම 5% ක අගයකින් වැඩිවෙයි. මෙම මස ආරම්භයේ ආසාදිතයන් ගණන P ලෙස ගෙන මුල් දින තුන තුළ වාර්තාවන ආසාදිතයින් ගණන වෙන වෙනම P ඇසුරෙන් ලියා දක්වන්න.
ඒනයින් t වන දිනයේ ආසාදිතයින් ගණන x යන්න, $x = (1.05)^t P$ මගින් ලැබෙන බව අපෝහනය කරන්න.
මේ අනුව ඉදිරි සති දෙකක කාලයේ දී ආසාදිතයින් ගණන දෙගුණ වන බව පෙන්වන්න. ($\log_{1.05} 2 \approx 14$ බව උපකල්පනය කරන්න.)
තවද, $P = 1\ 034\ 820$ ලෙස ගෙන අප්‍රේල් මස අවසන් වන විට ලොව ආසාදිතයන් ගණන මිලියන 4 ඉක්මවන බව පෙන්වන්න.
ආසාදිතයින්ගේ වැඩිවීම සන්තතිකව සිදුවන්නේ යැයි ගෙන ඉහත ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය අඳින්න.
ඒනයින් ඕනෑම මොහොතක ආසාදිතයින් වර්ධනය වන සීඝ්‍රතාවය $x\ lg\ 1.05$ බව පෙන්වන්න.

www.MathsApi.com

www.MathsApi.com

15. (a) $\ln|\sec x + \tan x|$ හි පළමු ව්‍යුත්පන්නය ලබා ගන්න.

ඒනයින් $\int \sec(x - \alpha)\, dx$ සොයන්න. $\alpha \in \mathbb{R}$

$3\cos x + 4\sin x$ යන ප්‍රකාශනය $R\cos(x - \beta)$ ආකාරයට $(0 < \beta < \frac{\pi}{2}),\ R \in \mathbb{R})$ ප්‍රකාශ කිරීමෙන්

$$\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{3\cos x + 4\sin x} = \frac{1}{5}\ln\left|\frac{(1+\cos\beta)\cot\beta}{1-\sin\beta}\right|$$ බව පෙන්වන්න.

(b) ඉහත ප්‍රතිඵලය භාවිතයෙන් හා කොටස් වශයෙන් අනුකලනය සූත්‍රය භාවිතයෙන් $\int \sec^3\theta\, d\theta$ සොයන්න.

ඒනයින් $\int_0^1 \sqrt{x^2+1}\, dx = \frac{1}{2}\ln[(\sqrt{2}+1)e^{\sqrt{2}}]$ බව පෙන්වන්න.

(c) $y_1 = \cos^{-1}x$ සහ $y_2 = \sin^{-1}x$ වක්‍ර $x \in [-1, 1]$ තුළ එකම අක්ෂ පද්ධතියක ඇඳ දක්වන්න.

ඒනයින් $y_1 = \cos^{-1}x,\ y_2 = \sin^{-1}x,\ y = 0$ අතර අන්තර්ගත වර්ගඵලය වර්ග ඒකක $\sqrt{2} - 1$ බව පෙන්වන්න.

16. $P \equiv (x_1, y_1)$ අචල ලක්ෂ්‍යය හරහා යන විචල්‍ය සරල රේඛාවේ පරාමිතික සමීකරණය $x = x_1 + r\cos\theta$ හා $y = y_1 + r\sin\theta$ ආකාරයෙන් ලිවිය හැකි බව පෙන්වන්න. මෙහි θ යනු x අක්ෂයේ ධන දිශාව සමග වාමාවර්තව සාදන කෝණයකි. r යනු P සහ Q අතර දුර හා අතර $Q \equiv (x, y)$ වෙයි.

$S \equiv x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c_1 = 0$ වෘත්තයක් සහ $L \equiv ax + by + c_2 = 0$ සරල රේඛාවක් ඡේදනය වන ලක්ෂ්‍යය හරහා යන ඕනෑම වෘත්තයක සමීකරණය $S + \lambda L = 0$ බව පෙන්වන්න. මෙහි λ යනු පරාමිතියකි.

$P_0 \equiv (0, a)$ වන විට එය $S_0 = x^2 + y^2 + 2x - 9 = 0$ වෘත්තය මත පිහිටයි නම්, එම ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

P_0Q විචල්‍ය සරල රේඛාවේ සමීකරණය ලබා ගන්න.

Q ලක්ෂ්‍යය $S_0 = 0$ වෘත්තය මත ඇතැයි ගෙන P_0Q ජ්‍යායක් වන විචල්‍ය වෘත්ත වල සාධාරණ සමීකරණය පරාමිතියක් ඇසුරෙන් ලියා දක්වන්න.

ඒනයින් PQ එම විචල්‍ය වෘත්තවල විෂ්කම්භයක් වන පරිදි එම පරාමිතියේ අගය $\sin 2\theta - a(1 + \cos 2\theta)$ වන බව පෙන්වන්න.

නවද, එම විචල්‍ය වෘත්තවල සමීකරණ ලබා ගන්න.

17. (a) (i) $m\cot\theta = \cot m\theta$ නම්, $\left(\frac{\cos m\theta}{\cos\theta}\right)^2 = \frac{m^2}{m^2 + (1-m^2)\sin^2\theta}$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $3\sin 2x + 4\cos 2x - 2\cos x + 6\sin x - 6 = 0$ සමීකරණය විසඳන්න.

(b) ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සයින් නීතිය සහ කෝසයින නීතිය ප්‍රකාශ කරන්න.

සුපුරුදු අංකනයෙන් ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා $a^2 + c^2 - 2b^2 = 0$ බව දී ඇත්නම්,

$\cot A + \cot C - 2\cot B = 0$ බව අපෝහනය කරන්න.

(c) $f(\theta) = (\cos 2\theta - \cos\theta)^2 + (\sin 2\theta + \sin\theta)^2$ යැයි ගනිමු.

$f(\theta)$ යන්න $A + B\cos C\theta$ ආකාරයට ප්‍රකාශ කරන්න. මෙහි A, B හා $C \in \mathbb{R}$ නිර්ණය කළ යුතු නියත වේ.

$0 \le f(\theta) \le 4$ බව අපෝහනය කරන්න.

$-\pi < \theta < \pi$ සඳහා $y = f(\theta)$ හි ප්‍රස්තාරයෙහි දළ සටහනක් අඳින්න.

එනයින්, $-\pi \le \theta \le \pi$ තුළ $y = k$ සමීකරණයට

(i) විසඳුම් නොමැති වීම.

(ii) විසඳුම් තුනක් පමණක් තිබීම.

(iii) විසඳුම් හතරක් පමණක් තිබීම.

(iv) විසඳුම් හයක් පමණක් තිබීම සඳහා k හි අගය හෝ අගය පරාසය අපෝහනය කරන්න.

www.MathsApi.com

www.MathsApi.com

සියලුම හිමිකම් ඇවිරිණි / All Rights Reserved

රාජකීය විද්‍යාලය - කොළඹ 07

Royal College Colombo 07

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය

General Certificate of Education (Adv. Level)Examination

13 වන ශ්‍රේණිය - අනාවරණ පරීක්ෂණය 2020 අගෝස්තු

Grade 13- Screening Test August 2020

සංයුක්ත ගණිතය - II

- ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

B - කොටස

ර් තිරස්ව පියාසර කරමින් පවතී. පොළවට සවි කරන ලද මෝටර් විදිනයක් මගින් එක එකක ස්කන්ධය $3m$ වන A හා B මෝටර් බෝම්බ 2ක් එකම මොහොතේ සිරස්ව ඉහළට එකම V ප්‍රවේගයෙන් ගුරුත්වය යටතේ විදිනු ලැබේ. A බෝම්බයේ ප්‍රවේගය $\frac{V}{2}$ වන මොහොතේ එය ස්කන්ධය m සහ $2m$ වන කැබලි දෙකකට පුපුරා යයි. (පිපිරීමේ දී ශක්ති හානියක් නොවන බව උපකල්පනය කරන්න.) ස්කන්ධය $2m$ වන කැබැල්ල පිපිරීමෙන් ක්ෂණිකව නිශ්චල වෙයි.

(i) A බෝම්බයේ චලිතයට අදාළව ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්තාර එකම අක්ෂ පද්ධතියක ඇඳ දක්වන්න.

(ii) එනයින් බෝම්බය $\frac{V}{2g}$ කාලයකට පසු $\frac{3V^2}{8g}$ උසක දී පුපුරා යන බව පෙන්වන්න.

(iii) පිපිරීමෙන් පසු $2m$ ස්කන්ධය $\frac{\sqrt{3}V}{2g}$ කාලයකට පසු පොළවට පතිත වන බව පෙන්වන්න.

(iv) ස්කන්ධය $2m$ වූ කැබැල්ල පොළව මත පතිත වන මොහොතේම ස්කන්ධය m කැබැල්ල සතුරු යානයේ වැදී පුපුරා යයි නම්, තවදුරටත් $\frac{V^2}{gH} = \frac{4\sqrt{3}}{9}$ බව අපෝහනය කරන්න.

B බෝම්බයද පුපුරා යන්නේ m සහ $2m$ ස්කන්ධයන් සහිතව වන අතර පිපිරීමේ දී ඇතිවන දෝශයක් නිසා එම කැබලි ගුවන් යානය හා නොගැටෙයි. එක්තරා මොහොතක දී m සහ $2m$ ස්කන්ධ ගුවන් යානයෙහි පෙතෙහි සිට h_1 සහ h_2 $(> h_1)$ සිරස් දුරක් පහළින් පිහිටන අවස්ථාවේ දී m හි ප්‍රවේගය සිරස්ව පහළට $\sqrt{2gh_1}$ ද $2m$ හි ප්‍රවේගය ශූන්‍ය ද වෙයි.

(v) කැබලි දෙකම ක්ෂණික නිශ්චලතාවයට පත්වීමෙන් පසු චලිතය සඳහා ප්‍රවේග කාල වක්‍ර එකම අක්ෂ පද්ධතියක ඇඳ දක්වන්න.

(vi) එනයින් කැබලි දෙකම එකම වේලාවේ දී පොළවට පතිත වන්නේ නම් $H = \frac{(h_1 + h_2)^2}{4h_1}$ බව පෙන්වන්න.

www.MathsApi.com

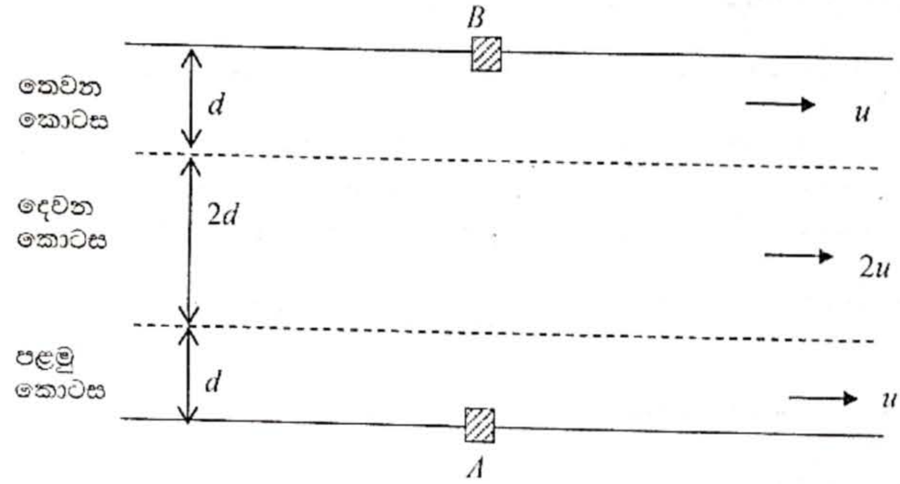
www.MathsApi.com

(b) සමාන්තර ඉවුරු සහිත පළල $4d$ වන ගඟක එහි ඉවුරේ සිට d දුරක් දක්වා ජලයට තිරස් u ප්‍රවේගයක් ඇති අතර, තවත් $2d$ දුරක් දක්වා ජලයට $2u$ තිරස් ප්‍රවේගයක් ඇත. (රූපය බලන්න).ගඟෙහි එක් ඉවුරක A ලක්ෂ්‍යයක සිටින මිනිසෙක් අනෙක් ඉවුරෙහි ඊට හරි කෙලින් පිහිටි B ලක්ෂ්‍ය වෙත පිහිනීමට අපේක්ෂා කරයි. නිසල ජලයේ ඔහුගේ ප්‍රවේගය $v\ (>2u)$ වෙයි. ඔහු ගඟෙහි d දුරක් වූ පළමු කොටස ඉවුරට β කෝණයකින් චලනය වන පරිදිද , දෙවන කොටස ඉවුරට α කෝණයකින් චලනය වන පරිදිද අවසාන කොටසේ දී ඉවුරට θ කෝණයකින් චලනය වන පරිදිද ගඟ හරහා පිහිනයි.
(ගඟෙහි එක් එක් කොටස් ලකුණු කර ඇති අතර ළමයා අදාල කොටසට පැමිණීමේ දී හැරීමට ගතවන කාලයන් නොසලකා හරින්න.)

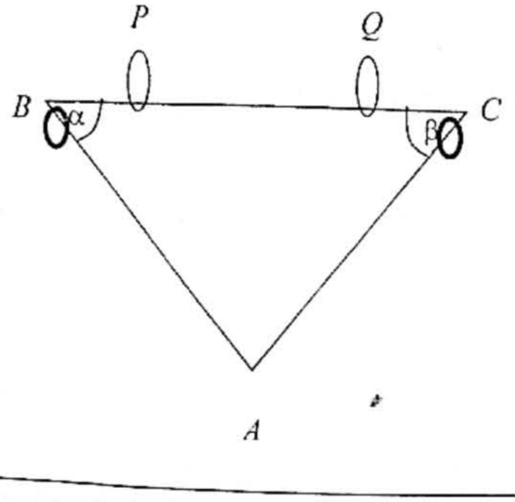
(i) මිනිසා ගඟෙහි පළමු කොටස පිහිනීමට ගතවන කාලය සෙවීමට සාපේක්ෂ ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණයක් අඳින්න. එනයින් ඒ සඳහා ගතවන කාලය $\left\{d\,\mathrm{cosec}\,\beta\left[\dfrac{\sqrt{v^2-u^2\sin^2\beta}+u\cos\beta}{(v^2-u^2)}\right]\right\}$ බව පෙන්වන්න.

(ii) මිනිසා ගඟෙහි දෙවන කොටස පිහිනීමට ගතවන කාලය අපෝහනය කර ලියා දක්වන්න.

(iii) මිනිසා ගඟෙහි තෙවෙනි කොටසේ දී B වෙත පැමිණීමට පිහිනිය යුතු ප්‍රවේග කොපමණ ද?



12. (a) AB, BC, AC යනු එක එකෙහි දෙකෙළවරදී දෘඪව සවිකරනු ලැබූ ස්කන්ධය M වූ ත්‍රිකෝණාකාර රාමු සැකිල්ලකි. එහි BC තිරස් වන පරිදි P සහ Q සුමට මුදු දෙකක් මතින් යවා ඇත්තේ තිරස්ව චලනය වීමට හැකි වන පරිදිය. (රූපය බලන්න) මෙහි $A\hat{B}C = \alpha$ ද $A\hat{C}B = \beta$ ද වෙයි. පද්ධතිය සිරස් තලයක ඇති අතර ස්කන්ධය m හා $\lambda m\ (\lambda > 0)$ වූ මුදු දෙකක් B සහ C හි රඳවා ඇත්තේ පිළිවෙලින් BA සහ CA ඔස්සේ චලනය වීමට හැකි වන පරිදිය. පද්ධතිය නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ.



www.MathsApi.com

www.MathsApi.com

14. (*a*) O, A, B, C, D ලක්ෂයන් පහක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් 0, $4\mathbf{i}+5\mathbf{j}$, $-8\mathbf{i}+\mathbf{j}$, $-2\mathbf{i}-6\mathbf{j}$, $\mathbf{i}-\mathbf{j}$, වෙයි. මෙම ලක්ෂ්‍යය වල දී පිළිවෙලින් $\mathbf{i}+7\mathbf{j}$, $2\mathbf{i}-6\mathbf{j}$, $4\mathbf{i}-3\mathbf{j}$, $\alpha\mathbf{i}+\beta\mathbf{j}$, $3\mathbf{i}-5\mathbf{j}$ යන බල ක්‍රියා කරයි.

(i) මෙම බල සංරචක ආකාරයෙන් OXY බණ්ඩාංක අක්ෂ පද්ධතියේ සලකුණු කරන්න.

(ii) මෙම බල පද්ධතිය α, β හි කිසිම අගයක් සඳහා සමතුලිත නොවන බව පෙන්වන්න.

(iii) P සහ Q ලක්ෂ්‍යය දෙකක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $3\mathbf{i}-4\mathbf{j}$ සහ $3\mathbf{i}$ වෙයි. OPQ ත්‍රිකෝණයේ පාද ඔස්සේ අනුපිළිවෙලින් යෙදූ පාදවල දිගට සමානුපාතික විශාලත්වයෙන් යුත් බල තුනක් මගින් ඉහත බල පද්ධතිය සමතුලිතතාවයට ගෙන ආ හැකිය. එම බලතුන $\mathbf{i}$ හා $\mathbf{j}$ ඇසුරෙන් සොයන්න.

(iv) මෙම බල පද්ධතිය යුග්මයකට ඌනනය වන බව දී ඇත්නම් α සහ β සොයා යුග්මයේ විශාලත්වය හා දිශාව සොයන්න.

(v) තවදුරටත් $\alpha = -2$ ද $\beta = -1$ ද නම් මුල් බල පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තයෙහි විශාලත්වය, දිශාව සොයා එහි ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය $4y+4x-13=0$ බව පෙන්වන්න.

(b) $\mathbf{a}$ සහ $\mathbf{b}$ යනු නිශ්ශූන්‍ය අසමාන්තර දෛශික දෙකක් වන අතර $\alpha\mathbf{a}+\beta\mathbf{b}=0$ වෙයි. මෙහි α හා β අදිශ වෙයි. $\alpha=\beta=0$ බව පෙන්වන්න.

A, B හා C ලක්ෂ්‍යය වල O මූලය අනුබද්ධයෙන් පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $5\mathbf{i}+6\mathbf{j}$, $3\mathbf{i}-\mathbf{j}$, $-4\mathbf{i}+2\mathbf{j}$ වෙයි. P, Q, R ලක්ෂ්‍යයන් පිළිවෙලින් AB, BC, CA පාද මත පිහිටා ඇත්තේ $AP:PB=3:1$, $BQ:QC=2:1$ ද $CR:RA=2:3$ වන පරිදිය. AQ සහ BR හි ඡේදන ලක්ෂ්‍යයෙහි පිහිටුම් දෛශිකය $\frac{55}{143}\mathbf{i}+\frac{363}{143}\mathbf{j}$ බව පෙන්වන්න.

15. (a) බර W වූ PQ, QR සහ RP දඬු තුනක් P, Q සහ R හිදී සුමටව අසවු කර ඇත්තේ සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයක් සෑදෙන ආකාරටය. මෙහි $PQ=8a$ ද $Q\hat{P}R=\frac{\pi}{6}, P\hat{Q}R=\frac{2\pi}{3}$, ද වෙයි. P සන්ධිය බිත්තියකට අසවු කර ඇති අතර PQ දණ්ඩ තිරස්ව තබා ගනු ලබන්නේ එම තිරස් මට්ටමේම P සිට $6a$ දුරකින් පිහිටි සුමට ආධාරකයක් මගිනි. පද්ධතිය සිරස් තලයක සමතුලිතව පවතී.

(i) PQ දණ්ඩ මගින් සුමට ආධාරකය මත ඇතිකරනු ලබන ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.

(ii) Q සන්ධියේ ප්‍රතික්‍රියාව $\frac{\sqrt{19}W}{2}$ බව පෙන්වා R සන්ධියේ ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.

(iii) දැන් එම සුමට ආධාරකය ඉවත් කර PR දණ්ඩට ලම්බකව R හි දී යොදනු ලබන F බලයක් මගින් තවදුරටත් PQ තිරස්ව පවත්වා ගනු ලබයි.

F හි අගය සොයන්න.

Q සන්ධියේ ප්‍රතික්‍රියාව තිරසට $\tan^{-1}\frac{\sqrt{3}}{2}$ ක් බව පෙන්වන්න.

(*b*) රූපයේ දැක්වෙන රාමු සැකිල්ල සුමට ලෙස සන්ධි කළ සැහැල්ලු දඬු නවයකින් සමන්විත වෙයි. ABF සමපාද ත්‍රිකෝණයකි. $E\hat{F}B=\frac{\pi}{4}$ වන අතර BE සිරස් වෙයි. එහි තලය සිරස්ව සිටින ලෙස සමතුලිතතාවයේ පවතින්නේ F හා D හි දී පිළිවෙලින් නිව්ටන් 100 ක බල දෙකක් FB සහ DB ඔස්සේ යෙදීමෙනි.

www.MathsApi.com

www.MathsApi.com

(i) රාමු සැකිල්ලේ ත්වරණය $\dfrac{\lambda mg\sin 2\beta - mg\sin 2\alpha}{2(M + m\sin^2\alpha + \lambda m\sin^2\beta)}$ බව පෙන්වන්න.

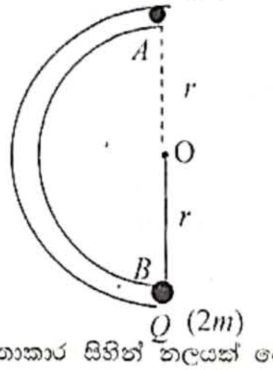
(ii) ස්කන්ධය m වූ මුදුවේ රාමුවට සාපේක්ෂ ත්වරණය සොයන්න.

(iii) රාමුවෙන් එම මුදුව මත ඇතිකරන ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.

(iv) $\lambda = 1$ නම් පහත සඳහන් එක් එක් අවස්ථාවන් හි දී රාමුවේ ත්වරණය නිර්ණය කරන්න.

(a) $\alpha > \beta$ (b) $\alpha < \beta$ (c) $\alpha = \beta$

(*b*)



අරය r වූ AB සුමට අර්ධ වෘත්තාකාර සිහින් නලයක් දෙකෙළවර එකම සිරස් රේඛාවක පවතින පරිදි සිරස් තලයක අචලව සවිකර ඇත. එහි කේන්ද්‍රය O වන අතර රූපයේ පරිදි m ස්කන්ධයක් ඇති P අංශුවක් නලය තුළ ඉහළම ලක්ෂ්‍යයේ තබා ඊට $2\sqrt{gr}$ තිරස් ප්‍රවේගයක් ලබා දෙනු ලැබේ.

(i) P අංශුව නලයේ පහළම ලක්ෂ්‍යයට ළඟාවන විට ප්‍රවේගය සොයන්න.
නලයේ O කේන්ද්‍රයට එක් කෙළවරක් ගැට ගසා ඇති දිග r වූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක අනෙක් කෙළවරට Q නම් $2m$ ස්කන්ධයක් ගැටගසා ඇති අතර එය නිදහසේ එල්ලෙමින් පවතී . පහළම ලක්ෂ්‍යයට පැමිණෙන P අංශුව Q සමග ගැටෙයි. P සහ Q අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $\frac{1}{8}$ කි.

(ii) ගැටුමෙන් පසු P සහ Q ලබා ගන්නා ප්‍රවේගයන් වෙන වෙනම සොයන්න. ගැටුමෙන් පසු Q අංශුව මත ආවේගය ගණනය කරන්න

(iii) ගැටුමෙන් පසු P අංශුව නලයේ පහළම කෙළවරට $\frac{r}{4}$ ක සිරස් දුරක් පහළින් ඇති තිරස් බිම් තලය මත B සිට කොපමණ දුරකින් පතිත වන්නේ දැයි සොයන්න.

(iv) Q අංශුව පොළව මට්ටමේ සිට ඉහළ නගින උස සොයන්න.

13. ස්කන්ධ $5m$ සහ $4m$ වන P සහ Q අංශු දෙකක් සැහැල්ලු සුමට කප්පියක් වටා යන ලුහු අවිතන්‍ය තන්තුවක දෙකෙළවරට ගැට ගසා ඇත. ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය $2\,mg$ වන ස්වභාවික දිග $2a$ වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ දුන්නක කෙළවරක් ස්කන්ධය m වූ R අංශුවකට ගැටගසා අනෙක් කෙළවර Q ට ගැටගසා ඇත. Q ට පහළින් R සිටින සේ ද, P හා Q එකම මට්ටමේ සිටින සේ ද QR දිග $2a$ වන පරිදි ද කප්පිය ස්පර්ශ නොවන සියලුම කොටස් සිරස්ව හා ඍජුව සිටින පරිදිද පද්ධතිය තබා සීරුවෙන් මුදා හරී. t කාලයකට පසු කප්පියේ කේන්ද්‍රයේ මට්ටමේ සිට Q ට විස්ථාපනය x ද Q සිට R ට විස්ථාපනය y ද නම්,

(i) $10\ddot{x} + \ddot{y} = 0$ බව පෙන්වන්න.

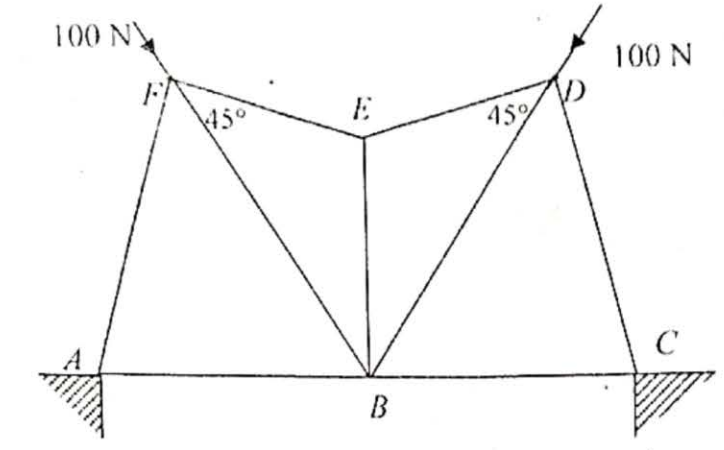
(ii) Q අංශුවට සාපේක්ෂව R අංශුවේ චලිත සමීකරණය $\ddot{y} = \omega^2(3a - y)$ බව පෙන්වන්න. මෙහි $\omega^2 = \dfrac{10g}{9a}$ වෙයි.
ඉහත සමීකරණයේ විසඳුම $y - 3a = A\cos(\omega t) + B\sin(\omega t)$ ලෙස ගෙන A හා B සොයන්න.

(iii) දුන්න උපරිම දිගට ළඟා වීමට ගතවන කාලය සහ එවිට දුන්නේ උපරිම දිග සොයන්න.

(iv) දුන්න එහි උපරිම දිග ලබා ගන්නා මොහොතේ R හි ස්කන්ධය මෙන් දෙගුණයක ස්කන්ධයක් සීරුවෙන් R මත තබයි නම් නව චලිතයේ විස්තාරය සොයන්න.

www.MathsApi.com

www.MathsApi.com



බෝ අංකනය භාවිතයෙන් රාමු සැකිල්ල සඳහා ප්‍රත්‍යාබල රූප සටහනක් අඳින්න.
ඒනයින්, ආතති සහ තෙරපුම් වෙන් කර දක්වමින් ප්‍රත්‍යාබල නිර්ණය කරන්න.

16. (a) $x = 0, x = 1, y = 0$ හා $y = x^2 + 1$ වක්‍ර මගින් ආවෘත පෙදෙස x අක්ෂය වටා 2π කෝණයකින් භ්‍රමණය කළ විට ලැබෙන ඝන වස්තුවේ පරිමාව සහ ඒකක $\dfrac{28\pi}{15}$ බව අනුකලනය භාවිතයෙන් සාධනය කරන්න.

තවද මෙහි ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය $\left(\dfrac{5}{8}, 0\right)$ ඛණ්ඩාංකය සමග සමපාත වන බව ද අනුකලනය භාවිතයෙන් සාධනය කරන්න.

එමෙන්ම එම ද්‍රව්‍යයෙන් ම සෑදි ආධාරක අරය ඒකක 2 ක් වන සමාන ස්කන්ධයක් සහිත ඝන ඍජු කේතුවක් සමාන ආධාරක සමපාත වන සේ අලවා S සංයුක්ත වස්තුවක් සාදා තිබේ.

(i) කේතුවේ උස සොයන්න.

(ii) සංයුක්ත වස්තුවේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය $\left(\dfrac{n}{n+1}, 0\right)$; $n \in Z^+$ වන පරිදි n අගයන්න.

(iii) මෙම S සංයුක්ත වස්තුව ඇලුම් පෘෂ්ඨයෙහි දාරයේ ලක්ෂ්‍යයකින් එල්ලා ඇති විට එය සංයුක්ත වස්තුවේ සමමිතික අක්ෂය සමග සිරසට දරන ආනතිය $\tan^{-1}\left(\frac{8\pi}{9}\right)$ බව පෙන්වන්න.

17. (a) ශ්‍රී ලංකාව සහ ඉන්දියාව අතර තරග 5කින් සමන්විත 20-20 ක්‍රිකට් තරගාවලියක් පහක් පැවැත්වීමට යෝජිතය. ඒ එක් එක් රටවල ක්‍රීඩා පිටිවල මාරුවෙන් මාරුවට මසකට වරක් තරග පවත්වනු ලැබේ. තම රටෙහි පවත්වන තරගයෙන් එම රටෙහි කණ්ඩායම් ජයග්‍රහණය කිරීමේ සම්භාවිතාව $\frac{3}{5}$ ක් බව අතීත දත්තයන් මගින් පෙන්නුම් කරයි. පළමු වරට තරග 3ක් ජයගන්නා කණ්ඩායම තරගමාලාව ජය ගනී. (ජය පැරදුමෙන් තොරව අවසන් වන තරග නැතැයි උපකල්පන කරන්න.)
පළමු තරගය පවත්වන්නේ ශ්‍රී ලංකාවේ ක්‍රීඩා පිටියක යැයි සලකා,

(i) පළමු තරග තුනම ශ්‍රී ලංකා කණ්ඩායම ජයග්‍රහණය කිරීමේ සම්භාවිතය කොපමණද?

(ii) ශ්‍රී ලංකා කණ්ඩායම එක දිගට තරග තුනක් ජයග්‍රහනය කිරීමේ සම්භාවිතාව කොපමණද?

තරගාවලිය අවසන් වීම සඳහා පැවැත්විය යුතු තරග ගණන N නම්,

(iii) ඉන්දියාව පළමු තරග තුනම ජයග්‍රහණය කිරීමේ සම්භාවිතාවය සෙවීමෙන් හා ඉහත (i) කොටස භාවිතයෙන් $P(N = 3) = \dfrac{6}{25}$ බව පෙන්වන්න.

(iv) $P(N = 4) = \dfrac{216}{625}$ බව දී ඇත්නම් $P(N = 5)$ සොයන්න.

www.MathsApi.com

www.MathsApi.com

(b) $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ අගයන්හි සම්මත අපගමනය අර්ථ දක්වන්න.

ඒනයින් A උපකල්පිත මධ්‍යනය හා C යනු ඕනෑම නියතයක් විට $\frac{x_i - A}{C} = u_i$ ලෙස ගනී.

සම්මත අපගමනය S නම්, $S^2 = C^2\left[\frac{\sum_{i=1}^{n} u_i^2}{n} - \bar{u}^2\right]$ බව පෙන්වන්න.

සංයුක්ත ගණිතය විෂයය සඳහා අහඹු ලෙස තෝරා ගත් සිසුන් 100 දෙනෙකුගේ ලකුණු පහත වගුවේ දක්වෙයි.

ලකුණු	ශිෂ්‍ය සංඛ්‍යාව
10 ට අඩු	10
20 ට අඩු	18
30 ට අඩු	30
40 ට අඩු	45
50 ට අඩු	f
60 ට අඩු	80
70 ට අඩු	90
80 ට අඩු	96
90 ට අඩු	100

(i) ශිෂ්‍යයන්ගේ ලකුණු වල මාත අගය 45 වෙයි නම් f සොයන්න.

(ii) ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යස්ථ ලකුණ ගණනය කරන්න.

(iii) සුදුසු රේඛීය පරිමාණයක් මගින් මධ්‍යනය, විචලතාව ගණනය කරන්න.

***

www.MathsApi.com