සියලුම හිමිකම් ඇවිරිණි / All Rights Reserved

රාජකීය විද්‍යාලය - කොළඹ 07

Royal College Colombo 07

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය

General Certificate of Education (Adv. Level) Examination

13 වන ශ්‍රේණිය - අවසාන වාර පරීක්ෂණය 2018 ජුනි

Grade 13 Final Term Test June 2018 ජුනි

සංයුක්ත ගණිතය - I

B - කොටස

ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

alsciencepapers .blogspot.com

(11) a) i) $f(x) = ax^2 + bx + c$ යයි සිතමු. මෙහි $a, b, c \in \mathbb{R}$ වෙයි. $a \neq 0$

$f(x) = 0$ සමීකරණයෙහි මූල තාත්වික වීම සඳහා අවශ්‍යතාවය Δ මඟින් සාධනය කරන්න.

මෙහි $\Delta = b^2 - 4ac$ වෙයි.

$\Delta > 0$ විට ඉහත සමීකරණයෙහි පවතින තාත්වික මූලයන් දෙක α සහ β නම්

$\alpha + \beta$ සහ $\alpha\beta$ a, b, c ඇසුරින් සොයන්න.

ii) $g(x) \equiv \lambda x^4 + x^3 + \sqrt{2}\, x^2 + x + \lambda$ යයි සිතමු.

$g(x) = 0$ සමීකරණය $ay^2 + by + c = 0$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න. මෙහි y යනු x හි පරිමේය ශ්‍රිතයක් වන අතර a, b, c පද λ ඇසුරින් නිර්ණය කළ යුතු වෙයි.

ඉහත y හි සමීකරණයෙහි මූල තාත්වික බව පෙන්වා y හි අගයන් සොයන්න.

එනයින් $g(x) = 0$ සමීකරණයට කිසිම λ හි අගයකට තාත්වික ප්‍රභින්න මූල හතරක් තිබිය නොහැකි බව අපෝහනය කරන්න.

iii) $g(x) = 0$ ට තාත්වික ප්‍රභින්න මූල දෙකක් පවතින λ හි එක් අගය ප්‍රාන්තරයක් $0 < \lambda \leq \dfrac{2-\sqrt{2}}{2}$ බව පෙන්වා අනෙක් අගය ප්‍රාන්තරය සොයන්න.

$\lambda = -\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ විට x හි තාත්වික අගයන් දෙක සොයන්න.

iv) $\lambda = a$ යනු y හි අගයන් තාත්වික වන ප්‍රාන්තරය තුල පිහිටි λ හි අගයකි. එවිට $g(x) = 0$ හි x හි තාත්වික අගයන් දෙක α සහ β නම් $\alpha + \dfrac{1}{\alpha}$ හා $\beta + \dfrac{1}{\beta}$ මූල වන වර්ගජ සමීකරණය

$a^2x^2 - 2a(\sqrt{2}\,a - 1)\,x + (\sqrt{2}\,a - 1)^2 = 0$ බව පෙන්වන්න.

b) $f(x) \equiv x^4 + ax^3 + bx^2 - 10x + 4$ යයි ගනිමු. $(x-1)$ යන්න $f(x)$ හි සාධකයක් වන අතර $(x+1)$ න් $F(x)$ බෙදූ විට ශේෂය 28 ක් වෙයි.

a සහ b හි අගයන් සොයන්න. $f(x)$ හි සාධක සොයා එනයින් $f(x) \geq 0$ බව අපෝහනය කරන්න.

Scanned by CamScanner

(12) a) i) $\dfrac{x}{(x^2+2x+2)(x^2-2x+2)}$ හි භින්න භාග සොයන්න. මෙහි $x \in R$ වෙයි.

ii) $\dfrac{4}{1^4+4}+\dfrac{8}{2^4+4}+\dfrac{12}{3^4+4}+$ .... යන පරිමිත ශ්‍රේණියේ r වන පදය වන Ur සොයන්න.

$r \in Z^+$ වෙයි.

iii) $U_r = f(r) - f(r+2)$ වන පරිදි $f(r)$ සොයන්න.

එනයින් $\sum_{r=1}^{n} U_r = \dfrac{3}{2} - \dfrac{(2n^2+2n+3)}{(n^2+1)(n^2+2n+2)}$ බව පෙන්වන්න.

iv) $\lim_{n\to\infty}\sum_{r=1}^{n} U_r$ හි අගය සොයා මෙම ශ්‍රේණිය අභිසාරී බව පෙන්වන්න.

alsciencepapers .blogspot.com

b) i) සුපුරුදු අංකනයෙන්

$^{n}C_r + {}^{n}C_{r-1} = {}^{n+1}C_r$ බව සාධනය කරන්න.

ii) ද්විපද සංගුණක ඇසුරින් $(1+x)^n$ හි ප්‍රසාරණය ලියා දක්වන්න.

iii) a, b, c, d යනු ඉහත ප්‍රසාරණයෙහි $r+1$, $r+2$, $r+3$, $r+4$, වැනි පදවල සංගුණක වෙයි.

$\dfrac{a}{a+b}+\dfrac{c}{c+d}=\dfrac{\lambda b}{b+c}$ නම් එහි λ හි අගය සොයන්න. $\lambda \in R$ වෙයි.

iv) $\dfrac{c}{c+d}, \dfrac{b}{b+c}, \dfrac{a}{a+b}$ පද සමාන්තර ශ්‍රේණියක පිහිටන බව අපෝහනය කරන්න.

(13) a) $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}_{2\times 2}$ ද $f(x) = x^2 - 5x + 7$ ද යයි ගනිමු.

i) $f(A) = O$ බව පෙන්වන්න. මෙහි O යනු 2×2 ශුන්‍යය න්‍යාසය වෙයි.

ii) එනයින් A^4 සහ A^{-1} සොයන්න.

iii) $3x + y = 5$

$-x + 2y = 3$ සමීකරණ යුගලය $AX = B$ ආකාරයට ප්‍රකාශ කර ඒ ඇසුරින් එම සමීකරණ යුගලය විසඳන්න.

b) i) Z යනු ශුන්‍ය නොවන සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවක් වන විට පහත සඳහන් ඒවා සාධනය කරන්න.

මෙහි $\overline{Z}$ යනු Z හි සංකීර්ණ ප්‍රතිබද්ධය වෙයි.

(α) $Z.\overline{Z} = |Z|^2$ (β) $Z + \overline{Z} = 2\,\mathrm{Re}(Z)$ (γ) $-|Z| \le \mathrm{Re}(Z) \le |Z|$

ii) Z_1 සහ Z_2 යනු ශුන්‍ය නොවන සංකීර්ණ සංඛ්‍යා දෙකක් විට ඉහත ප්‍රතිඵල භාවිතයෙන් පහත සඳහන් ඒවා සාධනය කරන්න.

(α) $|Z_1+Z_2|^2 = |Z_1|^2 + |Z_2|^2 + 2\mathrm{Re}(Z_1\overline{Z}_2)$

(β) $|Z_1-Z_2|^2 = |Z_1|^2 + |Z_2|^2 - 2\mathrm{Re}(Z_1\overline{Z}_2)$

(γ) $|Z_1+Z_2| \le |Z_1| + |Z_2|$

(θ) ඉහත (γ) හි ප්‍රතිඵලය මගින් $|Z_1 - Z_2| \ge |Z_1| - |Z_2|$ බව අපෝහනය කරන්න.

Scanned by CamScanner

iii) $\left|\dfrac{Z_1 - 3Z_2}{3 - Z_1\bar{Z}_2}\right| = 1$ නම් $|Z_1|$ සහ $|Z_2|$ හි අගයන් සොයන්න.

iv) $\dfrac{\pi}{4} \le \arg(Z_1) \le \dfrac{2\pi}{3}$ වන පරිදි Z_1 හි පථය ආගන්ඩ් තලයක ඇඳ දක්වන්න. එම පථයේ දිග සොයන්න.

v) Z_2 හි ප්‍රතිබද්ධය සහ පරස්පරය එකිනෙකට සමාන බව පෙන්වන්න.

(14) a) $y = x\ln[(x+a)(x+b)(x+c)] + \ln[(x+a)^a.(x+b)^b(x+c)^c] - 3(x+d)$ යයි ගනිමු. මෙහි a, b, c, d තාත්වික ධන නියතයන් වෙයි.

$\dfrac{d^2y}{dx^2} = \dfrac{1}{x+a} + \dfrac{1}{x+b} + \dfrac{1}{x+c}$ බව සාධනය කරන්න.

$\left(\dfrac{d^3y}{dx^3}\right)_{x=0}$ හි අගය a , b, c ඇසුරෙන් සොයන්න.

alsciencepapers .blogspot.com

b) $f(x) = \left(\dfrac{x+a}{x-a}\right)$ යයි ගනිමු. $a \in R$ සහ $x \neq a$ වෙයි.

i) $a > 0$ යයි ගනිමින් $y = f(x)$ හි ප්‍රස්තාරය අඳින්න. $a < 0$ අවස්ථාව සඳහා $y = f(x)$ හි ප්‍රස්තාරය වෙනම අක්ෂ පද්ධතියක අඳින්න.

ii) $g(x) = \left(\dfrac{x+a}{x-a}\right)^2$ ලෙස සලකන්න. $a > 0$ ලෙස ගෙන $y = g(x)$ හි ප්‍රස්තාරය අඳින්න.

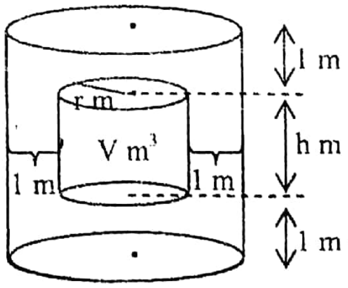
iii) ඉහත ප්‍රස්තාරය ඇසුරින් $m(x-a)^3 = (x+a)^2$ සමීකරණයට ගතහැකි මූල ගණන දක්වා ඇති එක් එක් ප්‍රාන්තරවලදී සොයන්න.

(α) $0 < m < \infty$ (β) $-\infty < m < m_0$ (γ) $m_0 < m < 0$

මෙහි m_0 යනු ඉහත සමීකරණය $m_0(x-\alpha)^2(x-\beta) = 0$ ලෙස පවතින අවස්ථාවේ දී m හි අගයයි. $m_0 < 0$, $\alpha, \beta \in R$ වෙයි.

c) රසායනික කර්මාන්ත ශාලාවක විෂ අපද්‍රව්‍ය බැහැර කිරීම සඳහා යෝජිත සිලින්ඩරාකාර ටැංකියක් තැනිය යුතු වෙයි. එහි පිටත සිලින්ඩරයේ පරිමාව $128\,\pi m^3$ වන දී ඇති අගයකි. බිත්තිවල සහ උඩින් සහ යටින් ද ඇතුලුව කොන්ක්‍රීට් ඝනකම 1 m බැගින් විය යුතුය. අපද්‍රව්‍ය ඇතුල් කිරීම සහ පිටකිරීම සඳහා කුඩා සිදුරක් ඇති අතර එහි ප්‍රමාණය නොසලකා හැරිය හැකිය.

අපද්‍රව්‍යවල සක්‍රියතාවය ශුන්‍ය වූ විට ඒවා පරිසරයට බැහැර කරනු ලබයි. අපද්‍රව්‍ය පුරවන ඇතුළත ටැංකියේ උස h m වන අතර අරය r m වෙයි.



i) $0 < r < 7$ විය යුතු බව පෙන්වන්න.

ii) ඇතුළත ටැංකියේ පරිමාව V නම් $V = 2\pi r^2\left[\dfrac{64}{(r+1)^2} - 1\right]$ බව පෙන්වන්න.

iii) $0 < r < 7$ ප්‍රාන්තරය තුළ විචලනය වන විට V උපරිම වන r හි අගය සොයන්න. v හි උපරිම අගයද එවිට උසද සොයන්න.

Scanned by CamScanner

15) a) $I_n = \int_0^{\pi} \left(\frac{\sin \frac{nx}{2}}{\sin \frac{x}{2}} \right)^2 dx$ යයි සිතමු. $n \in Z_0^+$

$I_n = \int_0^{\pi} \left(\frac{1-\cos nx}{1-\cos x} \right) dx$ බව පෙන්වන්න.

එනයින් $I_n - 2I_{n+1} + I_{n+2} = 0$ බව සාධනය කර $I_n = n\pi$ බව අපෝහනය කරන්න.

b) සුදුසු ආදේශයක් යෙදීමෙන් $\int \frac{dx}{(\sin x + \sin 2x)}$ සොයන්න.

c) කොටස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිතයෙන් $\int_0^3 (4-x)^{\frac{3}{2}} x^2 dx$ හි අගය සොයන්න.

16) a) $l_1 \equiv 3x + 4y - 5 = 0$

$l_2 \equiv 4x - 3y - 15 = 0$

$l_1 = 0$ සහ $l_2 = 0$ සරල රේඛා දෙක A හි දී ඡේදනය වෙයි. (1, 2) ලක්ෂ්‍යය හරහා යන රේඛාවක් $l_1 = 0$ සහ $l_2 = 0$ රේඛා පිළිවෙලින් B හා C හි දී ඡේදනය කරයි.

i) BC රේඛාවේ අනුක්‍රමණය m ලෙස ගෙන B සහ C හි ඛණ්ඩාංක m ඇසුරින් සොයන්න.

ii) AB = AC නම් m සඳහා පවතින අගයන් සොයන්න. එම එක් එක් අවස්ථාවේ දී B හා C හි ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

iii) ABDC සමචතුරස්‍රයක් වන පරිදි D සඳහා සුදුසු ඛණ්ඩාංක දෙක සොයන්න.

b) $C_1 \equiv x^2 + y^2 + 2ax + 2by + a = 0$

$C_2 \equiv x^2 + y^2 - 3ax + by + 2 = 0$

$l \equiv 5x + y - a = 0$

$a, b \in R$

i) $C_1 = 0$ හා $C_2 = 0$ වෘත්ත P සහ Q ලක්ෂ්‍ය වල දී ඡේදනය වන්නේ යැයි ගනිමු. PQ හි සමීකරණය $l = 0$ වෙයි නම් a සඳහා ගත හැකි අගයන් සොයන්න. එම එක් එක් අවස්ථාවේ දී $C_1 = 0$, $C_2 = 0$, $l = 0$ හි සමීකරණ සොයන්න. එක් අවස්ථාවක දී C_1 සහ C_2 ඡේදනය නොවන බව පෙන්වන්න.

ii) $a \in Z^-$ ලෙස පවතින අවස්ථාවේ දී P හා Q ලක්ෂය හරහා යමින් O (0, 0) හරහා ද යන $C_3 = 0$ වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න.

iii) $2x - y - 4 = 0$ රේඛාව මත කේන්ද්‍රය පිහිටා $C_2 = 0$ වෘත්තය ප්‍රලම්භව ඡේදනය කරමින්, $C_3 = 0$ වෘත්තයෙහි පරිධිය සමච්ඡේදනය කරන වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න.

alsciencepapers .blogspot.com

Scanned by CamScanner

17) a) $y = \sin 3x - \sin x - 2\sin 2x + 3$ යයි ගනිමු. $y = [f(x)]^2 + [g(x)]^2 + \cos^2 x$ ආකාරයට ප්‍රකාශ කරන්න. මෙහි $f(x)$ හා $g(x)$ යනු නිර්ණය කළ යුතු ත්‍රිකෝණමිතික ශ්‍රිත වෙයි. එනයින් $y = 0$ සමීකරණය $0 \leq x \leq 2\pi$ හි ප්‍රාන්තරය තුළ විසඳන්න.

b) $y = \sin^2 x - \sin x - \frac{3}{4}$ ශ්‍රිතය සුදුසු ලෙස සකස් කර $0 \leq x \leq 2\pi$ හි ප්‍රාන්තරය තුළ එහි ප්‍රස්ථාරය අඳින්න. එනයින් $4(\sin^2 x - \sin x - k) = 3$ සමීකරණයෙහි විසඳුම් ගණන වෙනස් වන k හි අගය හෝ අගය ප්‍රාන්තර සඳහන් කරන්න.

alsciencepapers .blogspot.com

c) i) සුපුරුදු අංකනයෙන් සුළු කෝණික ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සයින් නියමය සාධනය කරන්න. එම ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය $\Delta = \frac{1}{2} bc.\sin A$ බව පෙන්වන්න. $\sin A + \sin B + \sin C = 4\cos\frac{A}{2}, \cos\frac{B}{2}, \cos\frac{C}{2}$ බව සාධනය කරන්න. මෙහි A, B, C යනු ඉහත ත්‍රිකෝණයෙහි කෝණ වෙයි.

ii) α) $(a + b + c)^2 = 4\Delta \cot\frac{A}{2} . \cot\frac{B}{2} . \cot\frac{C}{2}$ බව සාධනය කරන්න. මෙහි Δ යනු ABC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය වන අතර a, b, c සඳහා සුපුරුදු අර්ථ ඇත.

β) $a^2 + b^2 + c^2 = 4\Delta(\cot A + \cot B + \cot C)$ බව ද පෙන්වන්න.

d) $\sin 2\theta$ සහ $\cos 2\theta$ සඳහා ප්‍රකාශන $\tan\theta$ ඇසුරින් සඳහන් කරන්න.

$A = \tan^{-1}\left(\frac{1}{7}\right)$ සහ $B = \tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$ නම් හි $\frac{\sin 4B}{\cos 2A}$ හි අගය සොයන්න.

Scanned by CamScanner

සියලුම හිමිකම් ඇවිරිණි / All Rights Reserved

රාජකීය විද්‍යාලය - කොළඹ 07
Royal College Colombo 07

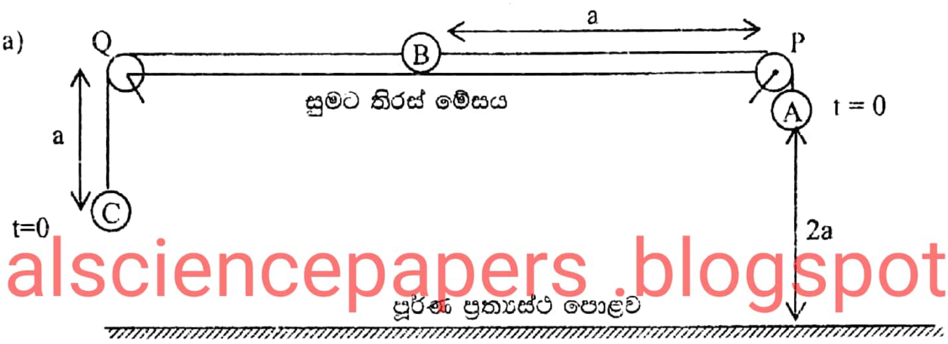
අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination

13 වන ශ්‍රේණිය - අවසාන වාර පරීක්ෂණය 2018 ජුනි
Grade 13 Final Term Test June 2018

සංයුක්ත ගණිතය - II

B - කොටස

(11) a)



alsciencepapers .blogspot.com

මෙහි A හි ස්කන්ධය 4m වන අතර B හා C හි ස්කන්ධ m බැගින් වෙති. P සහ Q යනු අචල සුමට කප්පි දෙකකි. භාවිතා කර ඇති තන්තු සියල්ල සැහැල්ලු සහ අවිතන්‍ය වෙයි. රූපයේ දක්වා ඇති ආකාරයට පද්ධතිය සකස් කර සීරුවෙන් මුදා හරියි.

i) අංශු චලනය වන ත්වරණය සොයන්න.

ii) B වස්තුව P අචල කප්පියෙහි ගැටුණු විගසම B වස්තුවෙන් තන්තු දෙකම ගැලවී ගොස් A සහ C අංශු ගුරුත්වය යටතේ නිදහසේ චලිතය අරඹයි.
A සහ C අංශු සහ පොලව පූර්ණ ප්‍රත්‍යස්ථ වෙයි. C අංශුව Q හි ගැටීමක් සිදුනොවී චලිත වෙයි.
A අංශුව දෙවරක් පොලවේ ගැටෙන අවස්ථාව දක්වා A සහ C අංශුවල ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්තාර එකම අක්ෂ පද්ධතියක අඳින්න.

iii) එම ප්‍රස්ථාරය භාවිතයෙන් තන්තු කැඩීයන විට A සහ C හි ප්‍රවේග සහ චලනය වූ කාලය සොයන්න. C වස්තුව උපරිම උසට ලගාවීමට පෙර A පොලවේ වදින බව පෙන්වන්න. A පොලවේ වැදී නැවත මේසය මට්ටමට ලගා නොවන බවද පෙන්වන්න.

b) A ගුවන් යානයක් V ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් $h(1 + \cos\alpha)$ නියත උසකින් ගමන් කරයි. තිරස් පොළව මත O ලක්ෂ්‍යයක තුවක්කුවක් පිහිටා තිබේ. ගුවන් යානය තුවක්කුවේ පිහිටීමට සිරස්ව ඉහලින් ගමන්කල පසුව තුවක්කුවේ සිට පෙනෙන පරිදි තිරස සමග α කෝණයක් සාදමින් තුවක්කුවෙන් B නම් උණ්ඩයක් 2v වේගයෙන් යවනු ලබයි. B උණ්ඩය ගුවන් යානය ගමන් කරන සිරස් තලයේ චලනය වෙමින් ගුවන් යානයේ වදී.

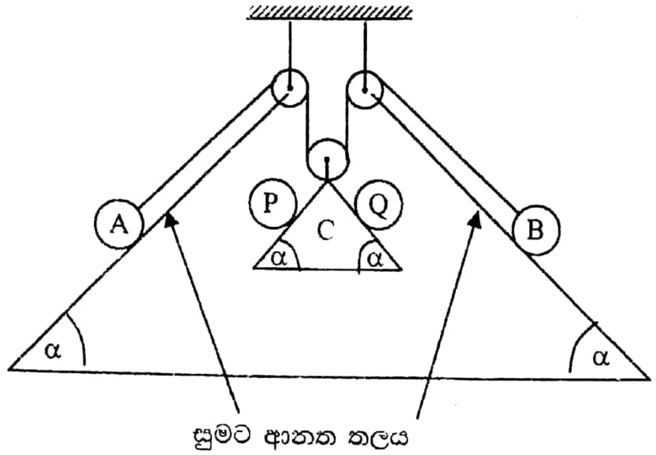
i) A ට සාපේක්ෂව B හි ආරම්භක ප්‍රවේගය සොයන්න.
$\alpha < 60^\circ$ විය යුතු බව අපෝහනය කරන්න.

ii) A ට සාපේක්ෂව B හි චලිතය සැලකීමෙන් $(4v^2 + gh)\cos^2\alpha - 6v^2\cos\alpha + 2v^2 = 0$ බව පෙන්වන්න.
$v^2 \geq 2gh$ බව ලබාගන්න.

iii) $v^2 = 2gh$ විට B උණ්ඩය A හි වදින කෝණය සොයන්න. එවිට ගතවන කාලය $\frac{2\sqrt{5h}}{v}$ බව පෙන්වන්න.

Scanned by CamScanner

(12) a)



මෙහි A, B, P, Q හි ස්කන්ධයන් m බැගින් වෙයි. C හි ස්කන්ධය 2m වන අතර එය සුමට වස්තුවකි. C වස්තුව එල්ලා ඇත්තේ සුමට සැහැල්ලු කප්පියකිනි. පද්ධතිය රූපයේ ආකාරයට සකස් කර A හා B වස්තූන් අචල කප්පි වල සිට සමදුරින් තබා සීරුවෙන් මුදා හරියි.

i) A හා B වස්තුවල ත්වරණ එක එකක් $\dfrac{2(2+\sin\alpha)(1-\sin\alpha)}{(5+\cos 2\alpha)}g$ බව පෙන්වන්න.

ii) තන්තුවේ ආතතිය $\dfrac{mg(1+\sin\alpha)(3+\cos 2\alpha)}{(5+\cos 2\alpha)}$ බව පෙන්වන්න.

alsciencepapers .blogspot.com

b) OAB යනු වෘත්ත පාදයක හැඩය ඇති අරය a සහ $A\hat{O}B=\dfrac{\pi}{2}$ වන සුමට කම්බි රාමුවකි. එහි කේන්ද්‍රය O වේ. OA සිරස්වද OB තිරස්වද පිහිටන පරිදි රාමුව සිරස් තලයක අචලව සවිකර ඇත. දිග 2a වන අවිතන්‍ය තන්තුවක් Oහි ඇති සුමට කුඩා සිදුරක් තුළින් යවා, එහි එක් කෙළවරක් AB චාපය දිගේ සර්පණය වීමට නිදහස ඇති ස්කන්ධය m වන R සුමට මුද්දකට ගැට ගසා ඇත. තන්තුවේ අනෙක් කෙළවර ස්කන්ධය m වන p අංශුවකට ගැට ගසා ඇත. ආරම්භයේදී P අංශුව OP තිරස් ලෙසද $OP=a$ ද වන පරිදි B ට ප්‍රතිවිරුද්ධ පැත්තේ තබා u වේගයෙන් සිරස්ව ඉහලට ප්‍රක්ෂේපණය කරයි. මෙවිට R මුද්ුව A සිට සීරුවෙන් චලිතය අරඹයි. t කාලයේදී OP තන්තුව තිරස සමග සාදන කෝණය θ වන අතර $A\hat{O}R=\alpha$ ද වෙයි. මෙම මොහොතේ P හි ප්‍රවේගය v වන අතර R හි ප්‍රවේගය W වෙයි.

i) $v^2=u^2-2ga\sin\theta$ බව පෙන්වා W සොයන්න.

ii) t = t වන විට තන්තුවේ ආතතිය $\dfrac{m}{a}(u^2-3ga\sin\theta)$ බව පෙන්වා R මුදුව මත ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.

iii) $u^2=2ga$ නම් R මුදුව B ලක්ෂයට ඒමට පෙර තන්තුව බුරුල් වන බව පෙන්වන්න. තන්තුව බුරුල් වන විට R මුදුවේ ප්‍රවේගය සොයන්න.

Scanned by CamScanner

(13) ස්වභාවික දිග $2l$ ද මාපාංකය $2mg$ ද වන AC තන්තුවක A කෙළවර සිවිලිමක අචල ලක්ෂ්‍යයක ගැට ගසා ඇත. එම තන්තුවේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය B වේ. B ලක්ෂ්‍යට ස්කන්ධය m වන P අංශුවක් සම්බන්ධ කල විට එය O හි සමතුලිතව පවතී.

i) AO දිග සොයන්න

ii) $AP = \frac{7l}{2}$ වන තෙක් P අංශුව සිරස්ව පහලට ගෙන සිරුවෙන් මුදාහරී. $t = t$ වන විට තන්තුවේ මුළු දිග $\frac{3l}{2} + x$ ලෙස ගෙන, අංශුවේ $\dot{x}$ ප්‍රවේගය නිර්ණය කිරීම සඳහා ශක්ති සංස්ථිතිය ඇසුරෙන් සමීකරණයක් ලියන්න. එම සමීකරණයෙන් $\ddot{x} = -\frac{2g}{l}.x$ බව පෙන්වන්න.

iii) ඉහත චලිතය සඳහා $x = \lambda \sin \omega t + \mu \cos \omega t$ ආකාරයේ විසඳුමක් උපකල්පනය කරමින් λ, μ, ω නියත වල අගයන් සොයන්න. එනයින් $AP = 3l$ වන විට අංශුවේ වේගය සහ චලනය වූ කාලය සොයන්න.

iv) මෙම චලිතයෙන් පසුව මෙම AC තන්තුවේ C කෙළවර AC සිරස්වද $AC = 4l$ ද වන පරිදි පොළව මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයකට ගැට ගසයි. මෙවිට P අංශුව සමතුලිතව පිහිටන ලක්ෂ්‍යට සිවිලිමේ සිට ඇති දුර සොයන්න. දැන් මෙම P අංශුව $AP = \frac{7l}{2}$ තෙක් සිරස්ව පහලට ගෙන සීරුවෙන් මුදාහරියි. මෙහි $t = t$ විට තන්තුවේ මුළු දිග x ලෙස ගෙන අංශුවේ චලිත සමීකරණය $\ddot{x} = -\frac{4g}{l}\left(x - \frac{9l}{4}\right)$ බව පෙන්වන්න.

මෙහි $l \le x \le 3l$ වෙයි. මෙම සමීකරණයෙන් $\ddot{y} = -\frac{4g}{l}y$ ආකාරයේ සමීකරණයක් ලැබෙන බව පෙන්වන්න. $y = x - \frac{9l}{4}$ වෙයි.

alsciencepapers .blogspot.com

y සඳහා $y = \alpha \sin \omega t + \beta \cos \omega t$ ආකාරයේ විසඳුමක් උපකල්පනය කරමින් α, β, ω නියත වල අගයන් සොයන්න.

එනයින් $AP = \frac{9l}{4}$ වන විට ආරම්භයේ සිට ගතවූ කාලය $\sqrt{\frac{l}{4g}}\left\{\sqrt{2}\cos^{-1}\left(\frac{3}{4}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{3}{\sqrt{14}}\right)\right\}$ බව පෙන්වන්න.

AP තන්තු කොටස බුරුල් නොවන බව පෙන්වන්න.

(14) a) ABCD චතුරස්‍රයක AB, BC, CD, DA පාදවල සමීකරණ පිළිවෙලින් $\sqrt{3}y = x + 2$, $\sqrt{3}x + y = 2\sqrt{3}$, $\sqrt{3}y = x - 2$, $\sqrt{3}x + y + 2\sqrt{3} = 0$ වෙයි.

නිව්ටන් $2\sqrt{3}$ p, 4p, $4\sqrt{3}$ p, 2p යන බල පිළිවෙලින් AB, BC, CD, DA ඔස්සේ ක්‍රියා කරයි.

i) මෙම බල පද්ධතිය ඛණ්ඩාංක තලයක ඇඳ දක්වන්න. OX සහ OY අක්ෂ ඔස්සේ ඇති ඒකක දෛශික $\underline{i}$ සහ $\underline{j}$ ලෙස ගෙන මෙම එක් එක් බලය $\underline{i}$, $\underline{j}$ සහ P ඇසුරින් සොයන්න.

ii) පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්ත බලය සොයා එය BD ට සමාන්තර බව පෙන්වන්න. සම්ප්‍රයුක්ත බලය X අක්ෂය හමුවන ලක්ෂ්‍යය සොයා ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණ අපෝහනය කරන්න.

iii) E(4, 0) ලක්ෂ්‍යයේදී සම්ප්‍රයුක්ත බලයේ දිශාවට λP බලයක් පද්ධතියට එකතු කරනු ලබයි.
(α) $\lambda = 4$, (β) $\lambda = -4$, (γ) $\lambda = -5$ යන අවස්ථා වලදී බල පද්ධතියේ ස්වභාවය පැහැදිලි කරන්න.

Scanned by CamScanner

b) A (- 4, -7) B (-1, 2) C(8, 5), D (5, -4) යයි ගනිමු.

i) $\overrightarrow{AC}$ සහ $\overrightarrow{BD}$ යන දෛශික $\underline{i}$ සහ $\underline{j}$ ඒකක දෛශික ඇසුරින් සොයා AC සහ BD රේඛා ඡේදනය වන අනුපාතය සොයන්න.

ii) තිත් ගුණිතය ඇසුරෙන් $\overrightarrow{AC}$ සහ $\overrightarrow{BD}$ අතර කෝණයද $\overrightarrow{AB}$ සහ $\overrightarrow{AD}$ අතර කෝණයද සොයන්න.

iii) BC හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය E නම් AE සහ BD රේඛා ඡේදනය වන අනුපාතය සොයන්න. එම ඡේදන ලක්ෂණ පිහිටුම් දෛශිතය $\lambda\underline{i}$ බව පෙන්වන්න. λ හි අගය කුමක්ද?

(15) a) එක එකක බර W වූ සමාන ඒකාකාර දඬු 5ක් ABCDE සවිධි පංචාස්‍රයක් සෑදෙන පරිදි ඒවායේ කෙළවර වලදී නිදහස් ලෙස සන්ධි කර ඇත. මෙම පංචාස්‍රය A වලින් එල්ලා ඇති විට සවිධි පංචාස්‍රාකාර හැඩය පවත්වාගනුයේ CD හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය A ට යාකල තන්තුවක් මගිනි.

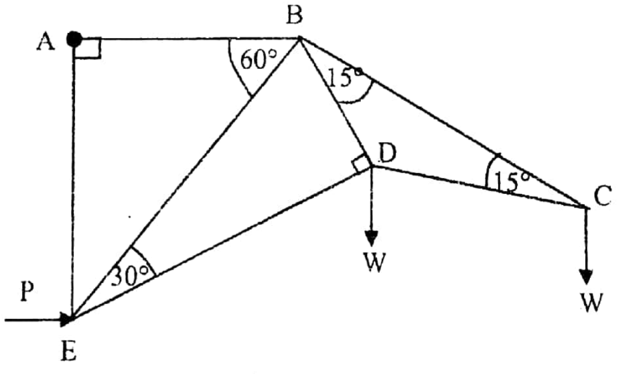
i) Bහි සම්ප්‍රයුක්ත ප්‍රතික්‍රියාවේ තිරස් සංරචකය $W\cos\frac{\pi}{5}.\ \cos\frac{2\pi}{5}.\ \operatorname{cosec}\frac{3\pi}{5}$ බව පෙන්වා එහි සිරස් සංරචකය සොයන්න.

alsciencepapers .blogspot.com

ii) Bහි සම්ප්‍රයුක්ත ප්‍රතික්‍රියාව තිරස සමග $\tan^{-1}\left(\frac{\tan\frac{\pi}{5}.\sec\frac{2\pi}{5}}{2}\right)$ කෝණයක් සාදන බව පෙන්වන්න.

iii) තන්තුවේ ආතතිය $\left(\frac{2w\left(5-\tan^2\frac{\pi}{5}\right)}{3-\tan^2\frac{\pi}{5}}\right)$ බව පෙන්වන්න.

b)



රූපයේ ආකාරයට සැහැල්ලු දඬු හතකින් යුතු රාමු සැකිල්ලක් සකසා A හිදී අචල ලක්ෂයකට අසව් කර ඇත. AB දණ්ඩ තිරස් වන පරිදි තබා ඇත්තේ E හිදී යෙදූ තිරස් P බලයක් මගිනි. AE දණ්ඩ සිරස් වෙයි. රාමු සැකිල්ල C සහ D හිදී W භාරය බැගින් දරයි.

i) P හි අගය සොයන්න.

ii) A හි ප්‍රතික්‍රියාවේ තිරස් හා සිරස් සංරචක සොයන්න. එහි දිශාව කුමක් ද?

iii) බෝ අංකනය යෙදීමෙන් ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් ඇඳ සියලුම දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල ආතති සහ තෙරපුම් වශයෙන් වෙන් කර දක්වමින් සොයන්න.

Scanned by CamScanner

(16) i) අරය r වූ ද O කේන්ද්‍රයේදී රේඩියන් 2θ කෝණයක් ආපාතනය කරන්නා වූද ඒකාකාර තුනී වෘත්ත චාපයක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය සමමිතික අක්ෂය මත O කේන්ද්‍රයේ සිට $\dfrac{r\sin\theta}{\theta}$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න. අරය r වූ අර්ධ වෘත්ත චාපයක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය අපෝහනය කරන්න.

ii) එනයින් අරය a වූ ඒකාකාර කුහර අර්ධ ගෝලයක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය එහි සමමිතික අක්ෂය මත කේන්ද්‍රයේ සිට a/2 දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.

iii) අරය a වූ තුනී කුහර අර්ධ ගෝලීය කබොලක වෘත්තාකාර දාරය අර්ධ ගෝලය තැනූ ද්‍රව්‍යයෙන්ම (පෘෂ්ඨීක ඝණත්වය ρ වූ) සෑදූ වෘත්තාකාර තහඩුවකින් වසා පාස්සනු ලබන්නේ ඝනත්වය σ වූ ද්‍රවයකින් සම්පූර්ණයෙන් පිරවීමෙන් පසුවයි. පෑස්සීමට යොදාගන්නා ලද ද්‍රව්‍යයේ ස්කන්ධය නොසලකා හරිනු ලැබේ.

සංයුක්ත වස්තුවේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයට වෘත්තාකාර තහඩුවේ කේන්ද්‍රයේ සිට ඇති දුර $\dfrac{3\,a(4\rho+a\sigma)}{4\,(2a\sigma+9\rho)}$ බව පෙන්වන්න.

iv) සංයුක්ත වස්තුවේ වක්‍ර පෘෂ්ඨය සුමට තිරස් මේසයක් මත ගැටෙමින් මුහුණත තිරසට θ කෝණයක් ආනතව පිහිටන සේ සමතුලිතතාවේ තබා ඇත්තේ මේසය මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයකට හා අර්ධ ගෝලයේ ගැට්ටට සවිකොට ඇති සැහැල්ලු අවිතන්‍ය සිරස් තන්තුවක් මගිනි. තන්තුවේ දිග $l\ (< r)$ නම් තන්තුවේ ආතතිය සොයන්න.

alsciencepapers .blogspot.com

v) මෙම වස්තුව මේසයෙන් ඉවත් කර ගැට්යට සම්බන්ධ තන්තුව මගින් අචල ලක්ෂ්‍යයකට එල්ලූ විට එහි සමමිතික අක්ෂය සිරසට ආනත කෝණය සොයන්න.
සංයුක්තය එල්ලා ඇතිවිට කබොලේ පහළම ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටි කුඩා සිදුරකින් ද්‍රවය සම්පූර්ණයෙන්ම ඉවත්ව ගියේ නම් කබොලේ සමමිතික අක්ෂය සිරසට ආනත කෝණය සොයන්න.

17) a) α) A හා B යනු සසම්භාවී පරීක්ෂණයක නියැදි අවකාශයට අනුරූප සිද්ධි අවකාශයේ සිද්ධි දෙකක් යැයි ගනිමු. $P(A) > 0$ නම් A දී ඇති විට B හි අසම්භාව්‍ය සම්භාවිතාව අර්ථ දක්වන්න.
A, B හා C සිද්ධි තුනක් සඳහා $P(A) > 0$ හා $P(A \cap B) > 0$ වෙතොත්
$P(A \cap B \cap C) = P(A)\,P(B/A)\,P(C/A \cap B)$ බව පෙන්වන්න.

β) පාසලක පසුගිය වසරක උසස් පෙළ විද්‍යා ගණිත අංශයක සිසුන් පිළිබඳව කරන ලද පරීක්ෂණයකින් පසුව එම සිසුන් පහත පරිදි වර්ගීකරණය කළ හැකි බව පෙනී ගොස් ඇත. ඒවා, එදිනෙදා පාඩම් වැඩ උනන්දුවෙන් කළ සිසුන්, විභාගය සමත් වූ සිසුන් සහ විදේශ ගතවූ සිසුන් ලෙස වේ.

i) සිසුන් 60% ක් එදිනෙදා පාඩම් වැඩකටයුතු උනන්දුවෙන් කර ඇත.
ii) සිසුන් විභාගය සමත් සිසුන්ගෙන් හා පාඩම් කරනු ලැබූ සිසුන්ගෙන් 25%ක් උසස් අධ්‍යාපනය සඳහා විදේශ ගත වී ඇත.
iii) සියලුම විභාගය සමත් සිසුන්ගේත් හා පාඩම් නොකරනු ලැබූ සිසුන්ගෙන් 40% ක් විදේශ ගත වී ඇත.
iv) සියලුම විභාගය සමත් නොවන සිසුන්ගෙන් පාඩම් කරනු ලැබූ සිසුන්ගෙන් 1%ක් විදේශ ගත වී ඇත.
v) සියලුම විභාගය සමත් නොවන සිසුන්ගෙන් සහ පාඩම් නොකරන ලද සිසුන්ගෙන් 10%ක් විදේශ ගත වී ඇත.

සුදුසු පරිදි කුලක තුනක් අර්ථ දැක්වීමෙන් ඉහත i, ii, iii, iv, v සම්භාවිතා සඳහා ප්‍රකාශන අසම්භාව්‍ය සම්භාවිතාව ඇසුරෙන් ලියන්න.

γ) යම් සිසුවෙක් විභාගය සමත්වීම හා පාඩම් කිරීම ස්වායත්ත සිද්ධි බව උපකල්පනය කර. යම් සිසුවෙක් විභාගය සමත්ව විදේශගත වී ඇති බව දී ඇතිවිට ඔහු පාඩම් කර ඇති සිසුවෙකු වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

Scanned by CamScanner

b) පහත දක්වෙනුයේ ඉහත සඳහන් සිසුන් පිරිසක් විසින් විභාගයකදී ලබාගන්නා ලද ලකුණු වල ව්‍යාප්තියකි.

ලකුණු	සිසුන් ගණන
0 - 10	6
10 - 20	12
20 - 30	22
30 - 40	48
40 - 50	58
50 - 60	32
60 - 70	18
70 - 80	6

i) මෙම ව්‍යාප්තියෙහි චතුර්ථක වන Q_1, Q_2, Q_3 සොයන්න.

ii) මාතය සහ මධ්‍යස්ථය සොයන්න.

iii) ලකුණු රේඛීය පරිණාමනය කිරීමෙන් විචල්‍යතාවය හා සම්මත අාගමනය සොයන්න.

iv) මෙම ව්‍යාප්තියේ හැඩය කුමක්ද? කුටිකතා සංගුණකය සොයන්න.

alsciencepapers .blogspot.com

Scanned by CamScanner