රාජකීය විද්‍යාලය - කොළඹ 07

12 ශ්‍රේණිය

ප්‍රථම වාර පරීක්ෂණය – 2012 දෙසැම්බර්

සංයුක්ත ගණිතය I

B කොටස

- ප්‍රශ්න 2 කට පිළිතුරු සපයන්න.

(6) අ) සාධක ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කර සාධනය කරන්න.

ආ) $(x-a)$ යනු $2x^2 + 3px - 2q$ සහ $x^2 + q$ බහු පද වලට පොදු සාධකයකි. මෙහි p, q හා a ශූන්‍ය නොවන නියත වෙයි. $9p^2 + 16q = 0$ බව පෙන්වන්න.

ඇ) $\dfrac{1}{(x-1)(x+1)}$ භින්න භාගවලට වෙන් කරන්න.

$(x+2)^2$, $(x-1)$ හි බහුපදයක් ලෙස ප්‍රකාශ කරන්න.

ඉහත ප්‍රතිඵල භාවිතයෙන්

$\dfrac{(x+2)^2}{(x-1)^2(x+1)}$ භින්න භාගවලට වෙන් කරන්න.

(7) අ) $\cot\theta \equiv \operatorname{cosec} 2\theta + \cot 2\theta$ බව සාධනය කරන්න.

එනයින් $\cot 15^\circ = 2 + \sqrt{3}$ බව අපෝහනය කරන්න.

ඒ ඇසුරෙන් $\operatorname{cosec} 15^\circ = \sqrt{6} + \sqrt{2}$ බව පෙන්වන්න.

$\cot 7\frac{1}{2}^0 = \sqrt{2} + \sqrt{6} + 2 + \sqrt{3}$ බව පෙන්වන්න.

ඉහත ප්‍රතිඵල උපයෝගී කරගනිමින් හෝ අන්ක්‍රමයකින්,

$\cot 37\frac{1}{2}^0 = 2 + \sqrt{6} - \sqrt{3} - \sqrt{2}$ බව පෙන්වන්න.

ආ) $\sin 2x + 2\cos^2 x = 0$ සමීකරණය තෘප්ත කරන $\left[-\frac{\pi}{2}, 2\pi\right]$ තුල වූ විසඳුම් දෙන්න.

ඇ) $\cos[(n+2)\theta] = 2\cos\theta\cos[(n+1)\theta] - \cos n\theta$ බව සාධනය කරන්න.

එනයින් $\cos 2\theta$ හා $\cos 3\theta$, $\cos\theta$ ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.

(8) අ) $y = 4\sin x$ ශ්‍රිතයෙහි ආවර්තය හා පරාසය සඳහන් කරමින් එහි දළ වක්‍රය $[0, 2\pi]$ තුළ අඳින්න.

$y = 4\sin x + 2$ ශ්‍රිතයෙහි දළ වක්‍රය ද එම සටහනෙහිම නිරූපනය කරන්න.

එමගින් $\sin x = -\frac{1}{4}$ සමීකරණය තෘප්ත කරන $[\pi, 2\pi]$ තුළ විසඳුම් ගණන නිර්ණය කරන්න.

ආ) සයින් සූත්‍රය ප්‍රකාශ කර සාධනය කරන්න.

i) $\sin\frac{B-C}{2} = \frac{b-c}{a}\cos\frac{A}{2}$

(9) අ) $P(x_1, y_1)$, $Q(x_2, y_2)$ ලක්ෂ්‍ය අතර දුර සඳහා ප්‍රකාශනයක් ලබා ගන්න.

$O(0, 0)$ $A(-1, 1)$ සහ $B(\frac{1}{\lambda}, \frac{1}{\lambda^2})$ මෙහි $\lambda > O$ වෙයි. OAB ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය සොයන්න.

AB දිග λ ඇසුරෙන් සොයන්න.

O සිට AB ට ඇති උස $\frac{1}{\sqrt{2\lambda^2 - 2\lambda + 1}}$ බව පෙන්වන්න.

O සිට AB ට ඇති උස උපරිම වන පරිදි වූ λ අගය සොයා උපරිම උස ලබා ගන්න.

ආ) $A(3, -1)$ හා $B(-1, 5)$ ලක්ෂ්‍යයට P ලක්ෂ්‍යයේ සිට ඇති දුර සමාන වන අතර P ලක්ෂ්‍යය X අක්ෂය මත පවතී.

i) P ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක ලබා ගන්න.

ii) APBQ රොම්බසයක් නම් Q හි ඛණ්ඩාංක ලබා ගන්න.

(10) අ) i) $f(x) \equiv \frac{3}{2x-1}$ ශ්‍රිතයේ ගම්‍ය වසම හා පරාසය සොයන්න.

ii) $f(x) \equiv \sqrt{\frac{x}{x^2-1}}$ ශ්‍රිතයේ ගම්‍ය වසම සොයන්න.

ආ) $f : x \rightarrow \frac{2}{ax+b}$, $x \neq -b/a$ ලෙස ශ්‍රිතයක් අර්ථ දක්වා ඇත. තවද $f(0) = -2$ සහ $f(2) = 2$ බව ද දී ඇත.

i) a හා b අගයන් සොයන්න.

ii) $f(x) = x$ වන පරිදි වූ x අගය සොයන්න.

iii) $f(p) + f(-p) = 2f(p^2)$ බව පෙන්වන්න.

ඇ) $f : x \rightarrow \frac{x}{1+2x}$, $x \neq -1/2$

$g : x \rightarrow x^2 - 2$ ලෙස f හා g ශ්‍රිත අර්ථ දක්වා ඇත.

i) fg

ii) f^{-1}

iii) ff ශ්‍රිත අර්ථ දක්වන්න.

Scanned by CamScanner

නම / අංකය :- .... ශ්‍රේණිය: ....

B- කොටස

(6) ඍජු මාර්ගයක $u\ ms^{-1}$ නියත වේගයෙන් ගමන් කරන A මෝටර් රථයක් මුරපොලක් පසු කරන මොහොතෙහි එම මුරපොලේ සිට B රථයක්, A රථය ඇල්ලීම සඳහා නිශ්චලතාවයේ සිට $f\ ms^{-2}$ නියත ත්වරණයකින් චලිත වෙයි.

i) රථවල චලිත සඳහා සුදුසු ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාර එකම සටහනේ අඳින්න.
එනයින්

ii) රථ දෙක අතර උපරිම දුර ඇති වන කාලය සොයන්න.

iii) දෙවැන්න පළමු රථය වෙත පැමිණීමට පෙර රථ දෙක අතර උපරිම දුර සොයන්න.

iv) රථ දෙක අතර උපරිම දුර පවතින කාලයත්, B රථයට A රථය ඇල්ලීම සඳහා ගතවන කාලයත් අතර අනුපාතය ලබා ගන්න.

v) B රථය, A රථයට $\frac{u^2}{6f}$ දුරකින් පිටුපසින් සිටින කාලය සොයන්න.

vi) මෙම කාලයන් t_1 හා t_2 නම්, $t_1 + t_2 = \frac{2u}{f}$ බව පෙන්වන්න.

(7) අ) අචල සුමට වලල්ලකට අමුණන ලද w_1 හා w_2 බර P, Q සුමට මුදු දෙකක් එහි ඉහල කොටසේ සමතුලිතතාවයේ තබා ඇත්තේ, එම මුදුවලට දෙකෙළවර සම්බන්ධ කරන ලද අවිතන්‍ය තන්තුවක ආධාරයෙනි. PQ වලල්ලේ O කේන්ද්‍රයෙහි ආපාතනය කරන කෝණය α වෙයි.

i) P හා Q එක් එක් මුදුවල සමතුලිතතාවය සඳහා බල ත්‍රිකෝණයක් බැගින් අඳින්න.

ii) එනයින් OP යටි අත් සිරස සමග සාදන කෝණය $\tan^{-1}\left(\frac{w_2 \sin\alpha}{w_1 + w_2 \cos\alpha}\right)$ බව පෙන්වන්න.

තවද බරින් වැඩි මුදුව බරින් අඩු මුදුවට වඩා උච්චතම ලක්ෂ්‍යයට තුදුරින් ඇති බවද පෙන්වන්න.

ආ) සිරස සමග $60°$, $45°$ ආනතීන්ගෙන් වන අවිතන්‍ය තන්තු කොටස් දෙකක් මගින් P නම් බර අංශුවක් එල්ලා ඇත. තන්තු කොටස්වලට ගත හැකි උපරිම ආතතිය W වන විට P අංශුවට ගත හැකි උපරිම බර කොපමණ විය යුතු ද?

Scanned by CamScanner

(8) අ) ABCDEF සවිධි ෂඩස්‍රයක $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{EA}$ හා $\overrightarrow{AF}$ ඔස්සේ A ලක්ෂ්‍යයේ දී ක්‍රියා කරන බල පිළිවෙලින් නිව්ටන් P, Q, $12\sqrt{3}F$ හා 4F වෙයි. බල පද්ධතිය සමතුලිතතාවයේ පවතියි නම් P හා Q බල සොයන්න.

ආ) පාදයක දිග a වූ ABCDEF සමාකාර ෂඩස්‍රයක AB, AC, AD, EA, AF හා DE පාද ඔස්සේ පිළිවෙලින් $4\sqrt{3}$, $2\sqrt{3}$, 18, $10\sqrt{3}$, $8\sqrt{3}$ හා X විශාලත්වයෙන් යුත් බල ක්‍රියා කරයි. පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තය AB සමග සුළු කෝණයක් සාදන 15 N වූ බලයකි

i) සම්ප්‍රයුක්ත බලයේ දිශාව සොයන්න.

ii) X බලයේ විශාලත්වය සොයන්න.

iii) සම්ප්‍රයුක්ත බලය AB පාදය ඡේදනය කරන ස්ථානයට A සිට ඇති දුර සොයන්න.

(9) අ) $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{BC}$ වන විට A, B, C ලක්ෂ්‍යයන් එකම රේඛාවක පැවතිය යුතු බව තහවුරු කරන්න. O මූලයට අනුබද්ධව A, B, C ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $2\underline{p} - 2\underline{q}$, $3\underline{p} + \lambda\underline{q}$ සහ $(2+\lambda)\underline{p} + 6\underline{q}$ වෙයි. මෙහි $\underline{p}$ හා $\underline{q}$ නිශ්ශුන්‍ය අසමාන්තර දෛශික වෙයි.

i) $\overrightarrow{AB}$ හා $\overrightarrow{BC}$, λ, $\underline{p}$ හා $\underline{q}$ ඇසුරින් දෙන්න.

ii) A, B හා C එකම රේඛාවේ පවතින්නේ යැයි දී ඇති විට λ ට ගත හැකි අගය සොයන්න.

ආ) දෛශික දෙකක් අතර අදිශ ගුණිතය අර්ථ දක්වන්න.
$\underline{p} = 5\underline{i} + 3\underline{j}$ හා $\underline{q} = 2\underline{i} + t\underline{j}$ පරිදි වෙයි. පහත එක් එක් අවශ්‍යතා සපුරාලන විට අදාළ t හි අගය සොයන්න.

i) $\underline{p} + \underline{q}$ හා $\underline{p} - \underline{q}$ සමාන්තර වෙයි.

ii) $\underline{p} - 2\underline{q}$ හා $\underline{p} + 2\underline{q}$ ලම්බක වෙයි.

iii) $|\underline{p} - \underline{q}| = |\underline{q}|$

(iii) අවස්ථාවට අනුරූප t සඳහා $\underline{p}$ හා $\underline{q}$ අතර කෝණය ගණනය කරන්න.

(10) OABC සෘජුකෝණාස්‍රයේ OA = a ද OC = b ද වෙයි පිළිවෙලින් OA හා OC පාද ඔස්සේ වූ ඒකක දෛශික $\underline{i}$ හා $\underline{j}$ වෙයි. D යනු $\frac{CD}{DB} = \frac{3}{2}$ වන පරිදි වූ CB මත වූ ලක්ෂ්‍යයකි. OD හා CA, E හිදී ඡේදනය වෙයි. දික් කළ BE, F හි දී OC හමුවෙයි.

i) OCD ත්‍රිකෝණයට ත්‍රිකෝණ නියමය යෙදීමෙන් $\overrightarrow{OD}$, $\underline{i}$ හා $\underline{j}$ ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.

ii) එමගින් $\overrightarrow{OE}$ ප්‍රකාශ කරන්න.

iii) $\overrightarrow{CA}$, $\underline{i}$ හා $\underline{j}$ ඇසුරින් ප්‍රකාශ කරන්න.

iv) එනයින් CE ප්‍රකාශ කර OCE ත්‍රිකෝණයට ත්‍රිකෝණ නියමය යෙදීමෙන් $\overrightarrow{OE}$ ප්‍රකාශ කරන්න.

v) (ii) හා (iv) ප්‍රතිඵල භාවිතයෙන්,
$\frac{OE}{ED}$ හා $\frac{CE}{EA}$ ලබා ගන්න.

vi) ඒ ඇසුරින් $\frac{CF}{CO} = \frac{3}{5}$ බව පෙන්වන්න.

Scanned by CamScanner

නම / අංකය :- .... ශ්‍රේණිය: ....

B- කොටස

(6) සෘජු මාර්ගයක $u\ ms^{-1}$ නියත වේගයෙන් ගමන් කරන A මෝටර් රථයක් මුරපොලක් පසු කරන මොහොතෙහි එම මුරපොලේ සිට B රථයක්, A රථය ඇල්ලීම සඳහා නිශ්චලතාවයේ සිට $f\ ms^{-2}$ නියත ත්වරණයකින් චලිත වෙයි.

i) රථවල චලිත සඳහා සුදුසු ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාර එකම සටහනේ අඳින්න.
එනයින්

ii) රථ දෙක අතර උපරිම දුර ඇති වන කාලය සොයන්න.

iii) දෙවැන්න පළමු රථය වෙත පැමිණීමට පෙර රථ දෙක අතර උපරිම දුර සොයන්න.

iv) රථ දෙක අතර උපරිම දුර පවතින කාලයත්, B රථයට A රථය ඇල්ලීම සඳහා ගතවන කාලයත් අතර අනුපාතය ලබා ගන්න.

v) B රථය, A රථයට $\frac{u^2}{6f}$ දුරකින් පිටුපසින් සිටින කාලය සොයන්න.

vi) මෙම කාලයන් t_1 හා t_2 නම්, $t_1 + t_2 = \frac{2u}{f}$ බව පෙන්වන්න.

(7) අ) අචල සුමට වලල්ලකට අමුණන ලද w_1 හා w_2 බර P, Q සුමට මුදු දෙකක් එහි ඉහල කොටසේ සමතුලිතතාවයේ තබා ඇත්තේ, එම මුදුවලට දෙකෙළවර සම්බන්ධ කරන ලද අවිතන්‍ය තන්තුවක ආධාරයෙනි. PQ වලල්ලේ O කේන්ද්‍රයෙහි ආපාතනය කරන කෝණය α වෙයි.

i) P හා Q එක් එක් මුදුවල සමතුලිතතාවය සඳහා බල ත්‍රිකෝණයක් බැගින් අඳින්න.

ii) එනයින් OP යටි අත් සිරස සමග සාදන කෝණය $\tan^{-1}\left(\frac{w_2\sin\alpha}{w_1 + w_2\cos\alpha}\right)$ බව පෙන්වන්න.

තවද බරින් වැඩි මුදුව බරින් අඩු මුදුවට වඩා උච්චතම ලක්ෂ්‍යයට තුදුරින් ඇති බවද පෙන්වන්න.

ආ) සිරස සමග 60°, 45° ආනතීන්ගෙන් වන අවිතන්‍ය තන්තු කොටස් දෙකක් මගින් P නම් බර අංශුවක් එල්ලා ඇත. තන්තු කොටස්වලට ගත හැකි උපරිම ආතතිය W වන විට P අංශුවට ගත හැකි උපරිම බර කොපමණ විය යුතු ද?

Scanned by CamScanner

(8) අ) ABCDEF සවිධි ෂඩස්‍රයක $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{EA}$ හා $\overrightarrow{AF}$ ඔස්සේ A ලක්ෂ්‍යයේ දී ක්‍රියා කරන බල පිළිවෙලින් නිවිටන් P, Q, $12\sqrt{3}$F හා 4F වෙයි. බල පද්ධතිය සමතුලිතතාවයේ පවතියි නම් P හා Q බල සොයන්න.

ආ) පාදයක දිග a වූ ABCDEF සමාකාර ෂඩස්‍රයක AB, AC, AD, EA, AF හා DE පාද ඔස්සේ පිළිවෙලින් $4\sqrt{3}$, $2\sqrt{3}$, 18, $10\sqrt{3}$, $8\sqrt{3}$ හා X විශාලත්වයෙන් යුත් බල ක්‍රියා කරයි. පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තය AB සමග සුළු කෝණයක් සාදන 15 N වූ බලයකි

i) සම්ප්‍රයුක්ත බලයේ දිශාව සොයන්න.

ii) X බලයේ විශාලත්වය සොයන්න.

iii) සම්ප්‍රයුක්ත බලය AB පාදය ඡේදනය කරන ස්ථානයට A සිට ඇති දුර සොයන්න.

(9) අ) $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{BC}$ වන විට A, B, C ලක්ෂ්‍යයන් එකම රේඛාවක පැවතිය යුතු බව තහවුරු කරන්න. O මූලයට අනුබද්ධව A, B, C ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $2\underline{p} - 2\underline{q}$, $3\underline{p} + \lambda\underline{q}$ සහ $(2+\lambda)\,\underline{p} + 6\underline{q}$ වෙයි. මෙහි $\underline{p}$ හා $\underline{q}$ නිශ්ශුන්‍ය අසමාන්තර දෛශික වෙයි.

i) $\overrightarrow{AB}$ හා $\overrightarrow{BC}$, λ, $\underline{p}$ හා $\underline{q}$ ඇසුරින් දෙන්න.

ii) A, B හා C එකම රේඛාවේ පවතින්නේ යැයි දී ඇති විට λ ට ගත හැකි අගය සොයන්න.

ආ) දෛශික දෙකක් අතර අදිශ ගුණිතය අර්ථ දක්වන්න.
$\underline{p} = 5\underline{i} + 3\underline{j}$ හා $\underline{q} = 2\underline{i} + t\underline{j}$ පරිදි වෙයි. පහත එක් එක් අවශ්‍යතා සපුරාලන විට අදාළ t හි අගය සොයන්න.

i) $\underline{p} + \underline{q}$ හා $\underline{p} - \underline{q}$ සමාන්තර වෙයි.

ii) $\underline{p} - 2\underline{q}$ හා $\underline{p} + 2\underline{q}$ ලම්බක වෙයි.

iii) $|\underline{p} - \underline{q}| = |\underline{q}|$

(iii) අවස්ථාවට අනුරූප t සඳහා $\underline{p}$ හා $\underline{q}$ අතර කෝණය ගණනය කරන්න.

(10) OABC සෘජුකෝණාස්‍රයේ OA = a ද OC = b ද වෙයි පිළිවෙලින් OA හා OC පාද ඔස්සේ වූ ඒකක දෛශික $\underline{i}$ හා $\underline{j}$ වෙයි. D යනු $\frac{CD}{DB} = \frac{3}{2}$ වන පරිදි වූ CB මත වූ ලක්ෂ්‍යයකි. OD හා CA, E හිදී ඡේදනය වෙයි. දික් කළ BE, F හි දී OC හමුවෙයි.

i) OCD ත්‍රිකෝණයට ත්‍රිකෝණ නියමය යෙදීමෙන් $\overrightarrow{OD}$, $\underline{i}$ හා $\underline{j}$ ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.

ii) එමගින් $\overrightarrow{OE}$ ප්‍රකාශ කරන්න.

iii) $\overrightarrow{CA}$, $\underline{i}$ හා $\underline{j}$ ඇසුරින් ප්‍රකාශ කරන්න.

iv) එනයින් $\overrightarrow{CE}$ ප්‍රකාශ කර OCE ත්‍රිකෝණයට ත්‍රිකෝණ නියමය යෙදීමෙන් $\overrightarrow{OE}$ ප්‍රකාශ කරන්න.

v) (ii) හා (iv) ප්‍රතිඵල භාවිතයෙන්,
$\frac{OE}{ED}$ හා $\frac{CE}{EA}$ ලබා ගන්න.

vi) ඒ ඇසුරින් $\frac{CF}{CO} = \frac{3}{5}$ බව පෙන්වන්න.

Scanned by CamScanner