ප්‍රශ්න පත්‍රය I

පත්‍රය 1 - A කොටස

1. n යනු ධන නිඛිලයක් වන විට ගණිත අභ්‍යුහන මූල ධර්මය භාවිතයෙන්, $\sum_{r=1}^{n}(4r-3)=n(2n-1)$ බව සාධනය කරන්න.

2. $y=2|x+2|$ සහ $y=5-|x|$ හි ප්‍රස්තාරවල දළ ලෙස එකම සටහනක අඳින්න. එම ප්‍රස්තාර ඡේදනය වන ලක්ෂ්‍ය දෙකක් ඇති බව පෙන්වා එම ලක්ෂ්‍යවල x ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

   එනයින් හෝ අන් ලෙසකින් හෝ $|t|+|t+4|\le 10$ අසමානතාව සපුරාලන x හි සියලු ම තාත්ත්වික අගයන් සොයන්න.

3. θ යනු සුළු කෝණයකි. $z_o=2(\cos\theta+i\sin\theta)$ සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවත් $z=\left(1+\sqrt{3}\,i\right)z_o$ සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවත් එකම ආර්ගන් සටහනක නිරූපණය කරන්න.
   $Arg\left(z\,z_o\right)$ හි අගය සොයා $|z-z_o|$ හි අගය ලබා ගන්න.

4. $(a+b)^n$ සඳහා ද්විපද ප්‍රසාරණය ලියන්න. මෙහි a සහ b යනු නිශ්ශුන්‍ය නියත ද n යනු ධන නිඛිලයක්ද වේ.

   $(1+px)^n$ හි ද්විපද ප්‍රසාරණය, x හි ආරෝහණ බල සහිත බහුපදයක් ලෙස ප්‍රකාශ කළ විට එය $1-12x+60x^2+\cdots$ ආකාරයේ වේ නම්, p සහ n සඳහා සුදුසු අගය නිර්ණය කරන්න.

5. a යනු ධන නියතයක් යැයි ගනිමු. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sqrt{x+a}-\sqrt{a}}=3$ වේ නම් a සඳහා සුදුසු අගය සොයන්න.

6. $y=\dfrac{5}{x}+\tan^{-1}\dfrac{x}{5}$ ශ්‍රිතයේ අවකලන සංගුණකය සොයන්න.

   එනයින්, $\displaystyle\int\frac{1}{x^2(25+x^2)}\,dx$ සොයන්න.

7. t යන පරාමිතියක් සමගින් $x=4t$ සහ $y=2+3t^2$ වන වක්‍රය සලකන්න. වක්‍රය මත වූ $t=2$ යන පරාමිතික අගයට අනුරූප ලක්ෂ්‍යයේදී වක්‍රයට ඇඳි ස්පර්ශකයේ සමීකරණය $y=3x-10$ බව පෙන්වන්න. මෙම ස්පර්ශකය සහ වක්‍රය නැවත හමු නොවන බවත් පෙන්වන්න.

8. $A(2,5)$ සහ $B\,(8,2)$ ලක්ෂ්‍ය යා කරන රේඛාවේ සමීකරණය පරාමිතිකව නිරූපණය කරන්න.
   C යනු AB රේඛා ඛණ්ඩය මත ලක්ෂ්‍යයක් යැයි ද O යනු මූල ලක්ෂ්‍යය යැයි ද ගනිමු. OAC ත්‍රිකෝණයෙහි වර්ග ඵලය OCB ත්‍රිකෝණයෙහි වර්ග ඵලය මෙන් පස් ගුණයක් වන පරිදි C ලක්ෂ්‍යයෙහි ඛණ්ඩාංක නිර්ණය කරන්න.

9. $x^2+y^2-4x+6y+1=0$ වෘත්තයෙහි අරය සහ කේන්ද්‍රයේ බණ්ඩාංක සොයන්න.

විචල්‍ය රේඛාවකට ඉහත වෘත්තය ප්‍රභින්න A සහ B ලක්ෂ්‍ය දෙකකදී හමු වේ. මෙම වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය C ලක්ෂ්‍යය යැයි ගන්න. ABC යනු සමපාද ත්‍රිකෝණයක් වේ නම් AB රේඛා ඛණ්ඩයෙහි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය වෘත්තයක් මත වන බව පෙන්වා එම වෘත්තයෙහි අරය සොයන්න.

10. $0<\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)+\tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)<\frac{\pi}{2}$ බව පෙන්වන්න.

$\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)+\tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)=\tan^{-1}1=\frac{\pi}{4}$ බව සාධනය කරන්න.

පත්‍රය 1 - B කොටස

11.(a) $f(x)=ax^2+bx+c$ වර්ගජ ශ්‍රිතයෙහි ශූන්‍ය α_o සහ β_o වේ නම්, $a(\alpha_o+\beta_o)=-b$ සහ $a\alpha_o\beta_o=c$ බව සාධනය කරන්න.

α සහ β යනු $g(x)=x^2+px+q$ වර්ගජ ශ්‍රිතයෙහි ශූන්‍ය යැයි සිතමු. තව ද λ සහ μ යනු $x^2+(p+2q-q^2)x+(3p+1)q+q^2-p^3=0$ සමීකරණයෙහි මූල යැයි ගන්න.

(i) α සහ β ඇසුරින් λ සහ μ ප්‍රකාශ කරන්න.

(ii) $y=g(x)$ ශ්‍රිතයෙහි ශූන්‍ය අතාත්ත්වික යැයි ගන්න. λ සහ μ තාත්ත්වික වන්නේ $p=-1$ ම නම් පමණක් බව පෙන්වන්න.
තව ද මෙවිට $\lambda=\mu$ බවත් පෙන්වන්න.

k යනු තාත්ත්වික නියතයකි. සුදුසු වර්ගජ ශ්‍රිතයක් සැලකීමෙන්, $x^2+(3-k)kx+(4k+1)k^2-k^3=0$ සමීකරණයෙහි මූල තාත්ත්වික වන පරිදි k හි අගය සියල්ල ම අපෝහනය කරන්න.

(b) ශේෂ ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කරන්න.

$p(x)=10x^3+67x^2+43x+6$ බහුපදය $5x+1$ න් බෙදෙන බව පෙන්වා එම බහුපදය ඒකජ සාධකවල ගුණිතයක් ලෙස ප්‍රකාශ කරන්න.

12.(a) ක්‍රීඩා සමාජයක සාමාජිකයන් දස දෙනෙක් අතර ත්‍යාග තුනක් පිරි නැමීමට නියමිතය. මෙම ත්‍යාග වටිනාකමෙන් එකිනෙකට වෙනස්ය. පහත එක් එක් අවස්ථාවේදී ත්‍යාග පිරිනැමිය හැකි විවිධ ආකාර ප්‍රමාණය සොයන්න.

(i) එක් සාමාජිකයෙක් සඳහා වැඩිමනත්ව එක් ත්‍යාගයක් පිරිනැමිය හැකි විට.

(ii) සාමාජිකයෙක් සඳහා ත්‍යාග කොන්දේසි නොමැතිව පිරිනැමිය හැකි විට.

මෙම ත්‍යාග වටිනාකමෙන් එකිනෙකට සමාන වන අවස්ථාවේදී එක් සාමාජිකයෙක් සඳහා වැඩිමනත්ව එක් ත්‍යාගයක් පිරිනැමිය හැකි විට ත්‍යාග පිරිනැමිය හැකි විවිධ ආකාර ප්‍රමාණයත් සොයන්න.

(b) $\frac{13}{5^1.2.3}+\frac{17}{5^2.3.4}+\frac{21}{5^3.4.5}+\frac{25}{5^4.5.6}+\ldots$ යන අපරිමිත ශ්‍රේණියෙහි පොදු පදය වන u_r සඳහා ප්‍රකාශනයක් ලියන්න.

$f(r)=\frac{A}{5^r\times(r+1)}$ යැයි ගන්න. මෙහි A යනු නියතයකි. r යනු ධන නිඛිලයක් වන විට $f(r)-f(r-1)=u_r$ වන පරිදි A නියතයෙහි අගය සොයන්න. $=-\frac{A(4r+9)}{5^r\times r(r+1)}$

ඉහත ප්‍රතිඵලය භාවිතයෙන් හෝ අන් අයුරකින් හෝ $\sum_{r=1}^{n}u_r$ සොයන්න.

මෙම ශ්‍රේණිය අභිසාරී වේ ද? අභිසාරී වේ නම් එහි පද අනන්තයට ඓක්‍යයද සොයන්න.

(c) x යනු තාත්ත්වික සංඛ්‍යාවක් වන විට $x=\frac{x}{2}(x+1)-\frac{x}{2}(x-1)$ සර්වසාම්‍යය සාධනය කරන්න.

එනයින්, n යනු දෙන ලද ධන නිඛිලයක් සඳහා, $\sum_{r=1}^{2n} r = n(2n+1)$ බව සාධනය කරන්න.

13.(a) $A=\begin{pmatrix}2-a & 2a-3 & 1\\ -1 & 2 & 1\end{pmatrix}$ සහ $B=\begin{pmatrix}3a & 2a & 3\\ 2a & a & 1\end{pmatrix}$ යැයි ගන්න. මෙහි $a\in\mathbb{R}$ වේ.

$C=AB^T$ යැයි ද ගන්න. C න්‍යාසය a ඇතුළත් පද ඇසුරින් සොයන්න.

$(C-I_2)\begin{pmatrix}0\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6\\0\end{pmatrix}$ වන පරිදි a හි අගය නිර්ණය කරන්න. මෙහි I_2 යනු 2 ගණයේ ඒකක න්‍යාසය වේ.

$a=1$ වේ යැයි සිතමු. එවිට $DC=64I_2-C^TC$ වන පරිදි D න්‍යාසය නිර්ණය කරන්න.

එනයින්, C හි ප්‍රතිලෝම න්‍යාසය C^{-1} පවතින බව පෙන්වා එය සොයන්න.

(b) z_1 සහ z_2 සංකීර්ණ සංඛ්‍යා නම් යැයි ගන්න. $|z_1z_2|=|z_1|\times|z_2|$ සහ $\arg(z_1z_2)=\arg(z_1)+\arg(z_2)$ බව පෙන්වන්න.

$z=r(\cos\theta+i\sin\theta)$ සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව සලකන්න. මෙහි $r>0$ ද θ යනු සුළු කෝණයක් ද වේ.

$w=z\times\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)$ යැයි ගන්න. $|w|$ සහ $\arg(w)$ r සහ θ පද ඇසුරින් සොයන්න.

ආගන්ඩ් සටහනෙක P ලක්ෂ්‍යයෙන් z සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව ද A ලක්ෂ්‍යයෙන් w සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව ද නිරූපණය කෙරේ. $w-z$ සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව නිරූපණය කෙරෙන B ලක්ෂ්‍යය ජ්‍යාමිතිකව නිර්මාණය කරන්න.

O, P, A සහ B ලක්ෂ්‍ය යනු රොම්බසයක වාමාවර්ත අතට ගත් ශීර්ෂ බව අපෝහනය කරන්න.

$B\hat{O}A$ කෝණයත් සොයන්න.

(c) z යනු $|z|^2 = R > 0$ වන පරිදි සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවක් යැයි ගන්න. $z + R = z(1+\bar{z})$ බව පෙන්වන්න.

$z = 1+\sqrt{3}\,i$ යැයි ද $k \in \mathbb{Z}$ යැයි ද ගන්න. ද මුවාවර් ප්‍රමේයය භාවිතයෙන් හෝ අන් ලෙසකින් හෝ $\left(\frac{z+1}{1+\bar{z}}\right)^k$ තාත්ත්වික වන පරිදි k හි අගය සොයන්න.

14.(a) $x \neq 0$ සඳහා $f(x) = \frac{9(x-2)^2}{x^2}$ යැයි ගන්න.

$f(x)$ හි අවකලන සංගුණකය වන $f'(x)$, $x \neq 0$ සඳහා $f'(x) = \frac{36(x-2)}{x^3}$ ලෙස ලැබෙන බව පෙන්වා එනයින්, $f(x)$ හි හැරුම් ලක්ෂ්‍ය නිර්ණය කරන්න.

$x \neq 0$ සඳහා $f''(x) = -\frac{72(x-3)}{x^4}$ යැයි දී ඇතැයි සිතන්න. $y = f(x)$ ශ්‍රිතයෙහි නතිවර්තන ලක්ෂ්‍ය නිර්ණය කරන්න.

(i) $y = f(x)$ ශ්‍රිතයෙහි හැරුම් ලක්ෂ්‍ය සහ නතිවර්තන ලක්ෂ්‍ය පැහැදිලිව දක්වමින් එහි ප්‍රස්තාරයෙහි දළ සටහනක් අඳින්න.

(ii) $x = 3$ අනුරූප ලක්ෂ්‍යයෙහිදී ඇඳි ස්පර්ශකයෙහි සමීකරණය සොයන්න.
මෙම ස්පර්ශකයත් ප්‍රස්තාරයත් $x = 3$ ට අනුරූප ලක්ෂ්‍යයෙහිදී කොපමණ වාරයක් හමු වේ දැයි සොයන්න. ඔබේ පිළිතුර සනාථ කිරීමට හේතු ඉදිරිපත් කරන්න.

(b) $PQRS$ යනු $PQ = p$ ද $QR = q$ ද වන සෘජුකෝණාස්‍රයකි. මෙහි ශීර්ෂ හතරම වෙනත් $ABCD$ සෘජුකෝණාස්‍රයක පාද හතර මත පිහිටයි. සුදුසු ස්වායත්ත විචල්‍යයක් සමගින් $ABCD$ සෘජුකෝණාස්‍රයෙහි වර්ග ඵලය සඳහා ශ්‍රිතයක් ගොඩ නඟන්න. එහි වසම ඉදිරිපත් කරන්න.

$ABCD$ සෘජුකෝණාස්‍රයෙහි විය හැකි උපරිම ඵලය $\frac{1}{2}[p+q]^2$ බව අවකලනය භාවිතයෙන් පෙන්වන්න.

15.(a) $\frac{x^2-3}{(x-3)(x^2-1)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x-3}$ යැයි ගනිමු. මෙහි A, B සහ C නියත නිර්ණය කරන්න.

$\int \frac{x^2-3}{(x-3)(x^2-1)}\,dx$ සොයන්න.

(b) $\frac{\sin 3x(\cos 4x + \cos 5x)}{\sin 6x - \sin 3x} = \cos x + \cos 2x$ බව පෙන්වන්න.

එනයින්, $\int \dfrac{\cos 4x + \cos 5x}{1 - 2\cos 3x}\, dx$ සොයන්න.

(c) කොටස් වශයෙන් අනුකලනය යෙදීමෙන්, $x > 0$ සඳහා;

$$\int \sin(\ln x)\, dx = \frac{x}{2}\left[\sin(\ln x) - \cos(\ln x)\right] + \text{ නියතයක් බව පෙන්වන්න.}$$

$x > 0$ සඳහා $I = \int x^2 \sin(\ln x)\, dx$ සහ $J = \int x^2 \cos(\ln x)\, dx$ යැයි ගන්න. පහත ඒවා පෙන්වන්න.

(i) $4I - 2J = x^3\left[\sin(\ln x) - \cos(\ln x)\right]$.

(ii) $3J = x^3 \cos(\ln x) + I$.

එනයින්, $I = \dfrac{1}{10} x^3\left[3\sin(\ln x) - \cos(\ln x)\right] +$ නියතයක් බව ලබා ගන්න.

16.(a) (x_1, y_1) ලක්ෂ්‍යයේ සිට $ax + by + c = 0$ රේඛාවට ඇති ලම්බ දුර $\dfrac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ බව පෙන්වන්න.

$A(2, 5)$, $B(11, 2)$ සහ $C(8, 7)C(8, 7)$ ශීර්ෂ සහිත ABC ත්‍රිකෝණයෙහි පිළිවෙළින් එක එකක් AB සහ AC පාදවල සිට $\dfrac{2\sqrt{10}}{5}$ සහ $\dfrac{\sqrt{10}}{5}$ දුරවලින් පිහිටන ලක්ෂ්‍ය සොයන්න.

මෙම ලක්ෂ්‍යවලින් සෑදෙන සමාන්තරාස්‍රයෙහි වර්ගඵලය ද සොයන්න.

(b) $lx + my + n = 0$ රේඛාව සහ $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ වෘත්තය ස්පර්ශ වේ නම්,
$(al + bm + n)^2 = r^2(l^2 + m^2)$ බව පෙන්වන්න.

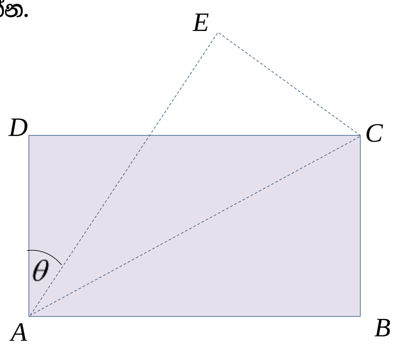
$A(4, 4)$ සහ $B(6, 2)$ යැයි ගන්න. පහත පරිදි වෘත්තවල සමීකරණ සොයන්න.

(i) කේන්ද්‍රය A ලක්ෂ්‍යය සහ OB රේඛාව ස්පර්ශ කරන්න විට.

(ii) කේන්ද්‍රය B ලක්ෂ්‍යය සහ OA රේඛාව ස්පර්ශ කරන්න විට.

මෙම වෘත්තවල පොදු ජ්‍යාය OA ට සමාන්තර බව ද පෙන්වන්න.

17.(a) $ABCD$ යනු එහි දිග පළල මෙන් දෙගුණයක් වන සෘජුකෝණාස්‍රයක් යැයි ගන්න. ABC ත්‍රිකෝණය AC දාරය දිගේ නැමීමෙන් ACE ත්‍රිකෝණය ලබා ගෙන ඇත. CAB කෝණයත් EAC කෝණයත් අතර සම්බන්ධතාව ලියන්න. ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.



ත්‍රිකෝණමිතික ප්‍රතිඵල භාවිතයෙන්,

$4\tan\theta = 3$ බව සාධනය කරන්න.

(b) $\cot\left(\theta+\frac{\pi}{12}\right)-\tan\left(\theta-\frac{\pi}{12}\right)=\frac{4\cos 2\theta}{1+2\sin 2\theta}$ බව සාධනය කරන්න.

එනයින් හෝ අන් අයුරකින් හෝ $\cot\frac{\pi}{12}$ හි අගය සොයන්න.

(c) a, b සහ c යනු ත්‍රිකෝණයක කෝණ වේ නම් $\cot\frac{a}{2}+\cot\frac{b}{2}+\cot\frac{c}{2}=\cot\frac{a}{2}\times\cot\frac{b}{2}\times\cot\frac{c}{2}$ බව පෙන්වන්න.

*****

ප්‍රශ්න පත්‍රය II

පත්‍රය II - A කොටස

1. $2m$ සහ m ස්කන්ධයෙන් යුත් A සහ B කුඩා ප්‍රත්‍යාස්ථ ගෝල දෙකක් පිළිවෙළින් $2u$ සහ u ප්‍රවේගවලින් එකම දිශාවකට චලනය වෙමින් සරලව ගැටෙයි. ගැටුමෙන් පසු B ගෝලයේ ප්‍රවේගයෙහි විශාලත්වය දෙගුණ වේ නම් ගෝල අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය නිර්ණය කරන්න.

   ගැටුම නිසා එක් එක් ගෝලය මත ඇති වන ආවේගී බලයෙහි විශාලත්වය නිර්ණය කරන්න.

2. සුමට තිරස් මේසයක් මත $u\,m s^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් චලනය වන අංශුවක් මේසයෙහි ගැටියෙන් ඉවත්ව තිරස්ව $d\,m$ විස්ථාපනයක් සහ සිරස්ව පහළට $H\,m$ විස්ථාපනයක් දක්වමින් පොළොවෙහි පතිත වේ. $2Hu^2=gd^2$ බව පෙන්වන්න.

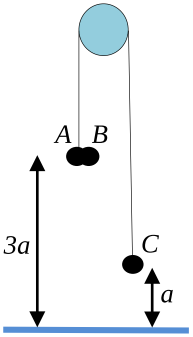
3. දිග a වන සැහැල්ලු අවිතන්‍ය AB තන්තුවක B කෙළවරෙහි බරැති අංශුවක් සම්බන්ධිතව ද A කෙළවර අචලව ද ඇත. තන්තුව නොබුරුල්ව සහ AB තිරස් වන පරිදි අංශුව තබා, ගුරුත්වය යටතෙහි චලනය වන පරිදි අංශුව සීරුවෙන් මුදා හරිනු ලැබේ. තන්තුව පළමුව සිරස් අවස්ථාවට පැමිණෙන විට අංශුවෙහි වේගය සොයන්න.

   මෙවිට තන්තුවෙහි ආතතිය ද සොයන්න.

4. ස්කන්ධය 800 kg වන මෝටර් රථයක් තිරස් සෘජු පෙතක 1000 N නියත ප්‍රතිරෝධයකට එරෙහිව ගමන් කරයි. එහි එන්ජිම 21 kw ජවයෙන් ක්‍රියා කරන අතර එය $17.5\ m\,s^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් චලිත වන අවස්ථාවකදී මෝටර් රථයෙහි ත්වරණය සොයන්න.

   රථයේ එන්ජිම 21 kw ජවයෙන්ම ක්‍රියා කරමින් සහ 1000 N නියත ප්‍රතිරෝධයටම එරෙහිව තිරස් සෘජු පෙතක ඒකාකාරව ගමන් කරන විට රථයට පවත්වා ගත හැකි උපරිම ප්‍රවේගය සොයන්න.

5. තිරස් අක්ෂයක් වටා භ්‍රමණය වීමට නිදහස් සැහැල්ලු සුමට කුඩා කප්පියක් මතින් පැන්නූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක එක් කෙළවරකට ස්කන්ධය m බැගින් වන A සහ B අංශු දෙකක් ද අනෙක් කෙළවරට ස්කන්ධය $2m$ වන C අංශුවක් ද සම්බන්ධව යාබදව ඇති රූප සටහනෙහි පරිදි සමතුලිතව පවත්වා ගනු ලබයි. එක් අවස්ථාවකදී B අංශුව සීරුවෙන් මුදා හැරෙයි. එවිට A අංශුවෙහි ත්වරණයෙහි විශාලත්වය සොයන්න.



ආරම්භයේදී A අංශුවත් C අංශුවත් පිළිවෙළින් පොළොවට a සහ $3a$ උසින් ඇත්නම් B අංශුවත් C අංශුවත් එක විට පොළොවට පතිත වන බව පෙන්වන්න.

6. OAB යනු ත්‍රිකෝණයක් යැයි ගන්න. O ලක්ෂ්‍යය අනුබද්ධයෙන්, A සහ B ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛශිකවල නිරූපණය පිළිවෙළින්, $\underline{a}$ සහ $\underline{b}$ වේ. C යනු පිහිටුම් දෛශිකය $2\underline{a}+\underline{b}$ සහිත ලක්ෂ්‍යය යැයි ගන්න. තවද E යනු AB සහ OC රේඛාවල ඡේදන ලක්ෂ්‍ය යැයි ගන්න.

$\overrightarrow{OE}$ ලක්ෂ්‍යයෙහි පිහිටුම් දෛශිකය $\lambda(2\underline{a}+\underline{b})$ ආකාරයෙන් ලිවිය හැකි බව පෙන්වන්න. මෙහි $\lambda \in \mathbb{R}$.

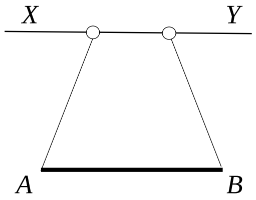
$\overrightarrow{OE} = (1-\mu)\,\underline{a} + \mu\, b$ ද බව පෙන්වන්න. මෙහි $\mu \in \mathbb{R}$.

E ලක්ෂ්‍යයෙහි පිහිටුම් දෛශිකය අපෝහනය කරන්න.

7. බර w සහ අරය a වන තුනී ඒකාකාර අර්ධ ගෝලීය පෘෂ්ඨයක් සහ සමාන බරින් සහ සමාන අරයෙන් යුත් ඒකාකාර ඝන අර්ධ ගෝලයක්, ඒවායෙහි පර්යන්ත පරිධි සම්පාත වන සේ දෘඪව සම්බන්ධ කර ගෝලයක් තනා ඇත. මෙම ගෝලය, එහි පර්යන්ත පරිධිය මත වූ A ලක්ෂ්‍යයකට ඇඳු අවිතන්‍ය තන්තුවකින් එල්ලා සමතුලිතව ඇත. අර්ධ ගෝලවල පොදු වූ තල මුහුණතෙහි, A ලක්ෂ්‍යය ඔස්සේ ඇති විෂ්කම්භය සිරසට වන ආනතිය සොයන්න.

සමතුලිතතාවයේදී අර්ධ ගෝලීය පෘෂ්ඨය පිහිටන්නේ ඝන අර්ධ ගෝලයට ඉහළ පසින් ද නැතිනම් පහළ පසින් ද යන්න ප්‍රකාශ කර ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

8. w බරැති සහ දිග $30a$ වන ඒකාකාර සිහින් AB දණ්ඩක්, යාබදව ඇති රූප සටහනෙහි පරිදි තිරස්ව තබා ඇත්තේ දණ්ඩෙහි එක් එක් කෙළවරට සම්බන්ධිත දිග $25a$ බැගින් වන ලුහු අවිතන්‍ය තන්තු දෙකක් ආධාරයෙනි. එක් එක් තන්තුවෙහි අනෙක් කෙළවරට තිරස්ව සහ අචලව ඇති සිහින් රළු කම්බියක සර්පණය විය හැකි බර w බැගින් වන කුඩා මුදුවක් සම්බන්ධිතව ඇත. මෙම මුදු සමාන බව ගන්න. සමතුලිත පිහිටුමකදී AB දණ්ඩත් තිරස්ව කම්බියත් අතර පරතරය දණ්ඩෙහි දිගෙන් අඩකට වඩා අඩු නොවේ නම් කම්බියත් මුදුවකත් අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය නිර්ණය කරන්න.



9. ගණිත ගැටළුවක් විසඳීමට නඳුනි, සඳුනි සහ විද්‍යා ශිෂ්‍යයාවන් තිදෙනා යොදා ගෙන ඇත. එම තිදෙනා වෙන් වෙන්ව ගැටළුව විසඳනු ඇත. නඳුනි, සඳුනි සහ විද්‍යා එම ගැටළුව නිරවද්‍යව විසඳීමේ සසම්භාවිතා පිළිවෙළින් 1/2, 1/3 සහ 1/6 කි. ගැටළුවට නිවැරදි පිළිතුර ලැබීමෙහි සම්භාවිතාවය කුමක්ද?

10. නිඛිල සංඛ්‍යා පහකින් සැදි ව්‍යාප්තියක, පරාසය 6ක් වන අතර ව්‍යාප්තියෙහි වැඩිතම අගය 8 කි. තව ද එහිදී එක් සංඛ්‍යාවක් තෙවරක් දැකිය හැකිය. එහි මධ්‍යන්‍යය 6ක් වේ නම් ව්‍යාප්තිය නිර්ණය කරන්න.

මෙම ව්‍යාප්තියෙහි මධ්‍යස්ථය ද සොයන්න.

පත්‍රය II - B කොටස

11.(a) A ලක්ෂ්‍යයක සිට සිරස්ව ඉහළට ගුරුත්වයෙහි ක්‍රියාකාරිත්වය යටතෙහි u ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේපණය කළ අංශුවක් ක්ෂණික නිශ්චලතාවයට පත් වන අවස්ථාවේදී A ලක්ෂ්‍යයෙහිම සිට තවත් අංශුවක්

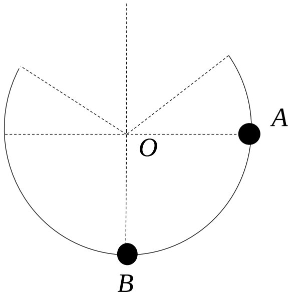
සිරස්ව ඉහළට u ප්‍රවේගයෙන් ම ප්‍රක්ෂේපණය කෙරෙයි. අංශු ගැටෙන බව සලකා එම අවස්ථාව දක්වා අංශු දෙකෙහිම චලිතය සඳහා ප්‍රවේග කාල වක්‍ර එකම සටහනක අඳින්න.
එනයින්, පහත දෑ පෙන්වන්න.

(i) පළමු අංශුව සිරස්ව ඉහළට ගමන් කරන උස $\frac{u^2}{2g}$.

(ii) දෙවෙනි අංශුව ප්‍රක්ෂේපණයෙන් පසුව අංශු ගැටෙන අවස්ථාව දක්වා එක් අංශුවකට සාපේක්ෂව අනෙක් අංශුව ඒකාකාර u වේගයෙන් චලනය වන බව.

ආරම්භයේ සිට අංශු ගැටෙන අවස්ථාව දක්වා කාලය $\frac{3u}{2g}$ බව පෙන්වා පළමු අංශුව සිරස්ව පහළ දිශාවට ගමන් කළ දුර මෙන් තෙගුණයක් දෙවෙනි අංශුව ඉහළ දිශාවට ගමන් කරන බව පෙන්වන්න.

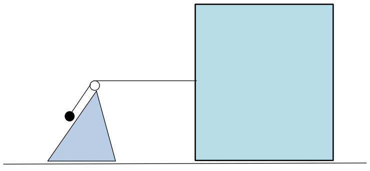
(b) සුමට සිහින් කම්බියක්, අරය a වන වෘත්තාකාර චාප හැඩයක් වන සේ සකස් කර එහි තලය සිරස් වන පරිදි දෘඪව, යාබද රූප සටහනෙහි පරිදි තබා ඇත. මෙහි එක් එක් පර්යන්ත අරය තිරසට 30° ක ආනතියක් සහිතය. කේන්ද්‍රය O හා එකම තිරස් මට්ටමෙහි ඇති ස්කන්ධය m වන A අංශුවක් සීරුවෙන් මුදා හැරි විට කම්බියෙහි පහළතම ලක්ෂ්‍යයෙහි ඇති ස්කන්ධය $4m$ වන B අංශුවක් සමග ගැටෙයි. මෙම ගැටුම පූර්ණ ලෙස ප්‍රත්‍යාස්ථ වෙයි. B අංශුව චලිතය අරඹන ප්‍රවේගය සොයන්න.
පසු චලිතයෙහිදී B අංශුව කම්බියෙන් ඉවත් වේ ද? ඔබේ පිළිතුර පහදන්න.



12.(a) නිසල මුහුදෙහි $u\ \text{m s}^{-1}$ ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් බටහිර දිශාවට යාත්‍රා කරන A නම් යාත්‍රාවක් යම් අවස්ථාවකදී උතුරු දිශාවේ $(5d+1)$ m දුරින් ඇති බෝට්ටුවක් නිරීක්ෂණය කරයි. මුහුදෙහි මෙම බෝට්ටුව $v\ \text{m s}^{-1}$ ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් යාත්‍රා කරයි. බෝට්ටුවත් යාත්‍රාවත් අතර කෙටිතම දුර d m වන අතර මෙම පිහිටුම ඉහත අවස්ථාවේ සිට යාත්‍රාවට සාපේක්ෂව බෝට්ටුව $(5d-1)$ m දුරක් ගමන් කළ විට ලැබෙයි. යාත්‍රාවට සාපේක්ෂව බෝට්ටුවෙහි චලිතය සඳහා ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණයක් අඳින්න.
ආරම්භයේදී යාත්‍රාවත් බෝට්ටුවත් අතර දුර සොයන්න.

තව ද මෙම කාලය තුළදී යාත්‍රාව, බෝට්ටුව ගමන් කළ දුර මෙන් $\frac{30}{5d+1}$ දුරක් යාත්‍රා කර ඇත. ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණය භාවිතයෙන් හෝ අන් ලෙසකින් හෝ යාත්‍රාවට සාපේක්ෂව බෝට්ටුවෙහි වේගය සහ v හි අගය u ඇසුරින් සොයන්න.

(b) සුමට තිරස් තලයක් මත තබා ඇති ස්කන්ධය m kg වන ඝනකයක ඉදිරි මුහුණතෙහි කේන්ද්‍රයට සම්බන්ධිත ලුහු අවිතන්‍ය තන්තුවක අනෙක් කෙළවරට ස්කන්ධය m kg ම වන B අංශුවක් සම්බන්ධ කර තන්තුව නොබුරුල් වන සේ තිරස් තලය මත ඇති ස්කන්ධය m kg වන සුමට කුඤ්ඤයක මුදුණත මත ඇති කුඩා කප්පියක් උඩින් යවා ඇති අතර අංශුවට කුඤ්ඤයෙහි සුමට මුහුණත මත නිදහසේ චලනය විය හැකිය. මෙම මුහුණත තිරසට α කෝණයක් ආනතය. පද්ධතිය නිසලව



පවත්වා තබා ගනියි. නිදහස් තන්තු කොටස් තිරස් හෝ කුඤ්ඤයෙහි මුහුණතෙහි ආනතියම වේ. පද්ධතිය සිරුවෙන් මුදා හැරෙයි. අංශුවත් කුඤ්ඤයත් අතර අභිලම්බ ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වය $\left|\dfrac{\cos^2\alpha - 4\cos\alpha + 1}{\cos^2\alpha + 2\cos\alpha - 5}\right| \times mg$ බව පෙන්වන්න.

13. ස්වභාවික දිග a වන සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරක් සුමට තිරස් මේසයක් මත වූ අචල O ලක්ෂ්‍යයකට සම්බන්ධ කර ඇත. තන්තුවෙහි අනෙක් කෙළවරට මේසය මත ඇති ස්කන්ධය m වන A අංශුවක් සම්බන්ධව ඇත. මෙම A අංශුවට සම්බන්ධිත ලුහු අවිතන්‍ය තන්තුවක් මේසයෙහි සුමට දාරයට ලම්බව, මේසයෙහි දාරය මතින් පහළට ගොස් ස්කන්ධය m වන කුඩා සුමට වල කප්පියක් දරා සිටිමින් ඇති අතර අනෙක් කෙළවර මේසයෙහි මට්ටමට ඉහළින් වන අචල ලක්ෂ්‍යයකට සම්බන්ධ කර ඇත. ස්කන්ධය $2m$ වන B අංශුවක් වල කප්පියට සම්බන්ධව ඇත. කප්පිය හා ස්පර්ශ නොවන තන්තු කොටස් තිරස් හෝ සිරස් හෝ වේ. A අංශුව O ලක්ෂ්‍යයෙහි සිට $2a$ දුරක පවතින පරිදි පද්ධතිය සමතුලිතතාවයෙහි පවතියි. ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවෙහි ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය සොයන්න.

B අංශුව සිරුවෙන් පද්ධතියෙන් මුදා හරිනු ලැබේ. t කාලයකදී OA තන්තුවෙහි දිග x $(x \geq a)$ වන අවස්ථාවේදී සුපුරුදු අංකනයෙන්, A අංශුවෙහි චලිත සමීකරණය

$$\ddot{x} + \frac{8g}{5a}\left(x - \frac{5a}{4}\right) = 0$$ ලෙස ලිවිය හැකි බව පෙන්වන්න.

ආරම්භයේදී අංශුව සරල අනුවර්තිය චලිතයක යෙදෙන බව පෙන්වා එපරිද්දෙන් චලිත වන කාලය සොයන්න.

අංශුව අනුවර්තිය චලිතයෙන් මිදුනු පසු චලිතය විස්තර කරන්න. ආරම්භයේදී වල කප්පිය මේසයෙහි දාරය වඩා $2a$ දුරක් පහළින් ඇත. පසු චලිතයේදී අංශුව O ලක්ෂ්‍යය වෙතට පැමිණෙන බව පෙන්වන්න.

14.(a) දෛශික දෙකක් සඳහා තිත් ගුණිතය අර්ථ දක්වන්න.

O අචල ලක්ෂ්‍යයක් අනුබද්ධයෙන් A, B සහ C ලක්ෂ්‍යවලින් පිළිවෙලින්, $\underline{a}$, $\underline{b}$ සහ $\underline{c}$ පිහිටුම් දෛශික නිරූපණය වේ. A, B සහ C ලක්ෂ්‍ය, O අචල ලක්ෂ්‍යයට සම දුරින් පිහිටන අතර $\underline{a} + \underline{b} + \underline{c} = \underline{0}$ සපුරාලයි.

(i) $\underline{a}\,.\,\underline{b} = \underline{b}\,.\,\underline{c} = \underline{c}\,.\,\underline{a}$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $2a^2 = AB^2 + 2\,\underline{a}\,.\,\underline{b}$ බව පෙන්වා b^2 සහ c^2 සඳහා එවැනි ප්‍රකාශන ලියන්න.

A, B සහ C යනු සමපාද ත්‍රිකෝණයක ශීර්ෂ බව අපෝහනය කරන්න.

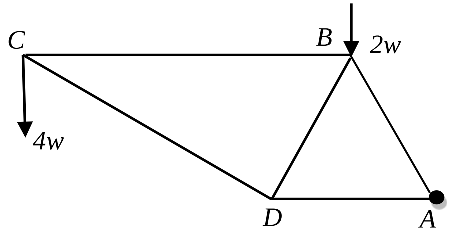
(b) $ABCD$ යනු AC විකර්ණය දිග ඒකක $2a$ ද BD විකර්ණය දිග ඒකක $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}a$ වූ රොම්බසයකි. AB, BC, CD, AD පාද ඔස්සේ සහ DB විකර්ණය ඔස්සේ පිළිවෙලින් අකුරුවල පටිපාටියෙන් දැක්වෙන අතට P, P, $2P$, $2P$ සහ Q විශාලත්ව සහිත බල ක්‍රියා කරයි. AC විකර්ණය තිරස්ව සහ වමෙහි සිට දකුණත් දිශාවට වන පරිදි මෙම බල පද්ධතිය රූප සටහනක නිරූපණය කරන්න.

Q හි කුමන අගයකට වුව ද බල පද්ධතිය සමතුලිතතාවයෙහි නොපවතින බව පෙන්වන්න.

(i) පද්ධතිය තුල්‍ය තනි බලයෙහි දිශාව BC ඔස්සේ එම දිශාවට නම් $P = Q$ බව ලබා ගන්න.

(ii) ABC අතට ක්‍රියා කරන $(P-Q)a$ විශාලත්වය සහිත බල යුග්මයක් යෙදූ විට නව පද්ධතියට තුල්‍ය තනි බලය C ලක්ෂ්‍යය ඔස්සේ ක්‍රියා කරන බව පෙන්වන්න.

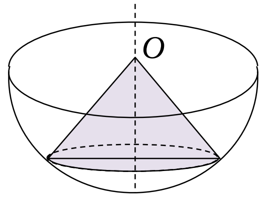
15.(a) සුවලව සන්ධි කළ සැහැල්ලු දඬු පහකින් සමන්විත වන රාමු සැකිල්ලක් යාබද රූප සටහනෙහි දැක්වේ. එහි AB, AD සහ BD දඬු දිගින් සමාන ද BDC යනු සෘජු කෝණයක් ද වේ. සැකිල්ලේ තලය සිරස් වන ලෙස A හි දී අචල ලක්ෂ්‍යයකට සැකිල්ල සුමටව විවර්තනය කර ඇත. B හි දී $2w$ භාරයක් ද C හි දී $4w$ භාරයක් ද දරන අතර D හිදී සුමට ආධාරකයක් මත, AD සහ BC දඬු තිරස් වන පරිදි සැකිල්ල තබා ඇත. බෝ අංකනය සමගින් දඬු මත ක්‍රියා කරන බල සඳහා ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් ඇඳ, ආතති සහ තෙරපුම් වෙන් කර දක්වමින් දඬු මත ක්‍රියා කරන බල සොයන්න.



(b) දිග $2a$ සහ බර $16w$ බැගින් වූ ඒකාකාර නොවන AB දණ්ඩක් සහ ඒකාකාර BC දණ්ඩක් B හිදී සුමටව සන්ධි කර ඇත. AB දණ්ඩෙහි A කෙළවර අචලව ඇති රළු තලයක වූ ලක්ෂ්‍යයකට සුමටව අසවු කර ඇති අතර BC දණ්ඩෙහි C කෙළවර මෙම තලය මත තබා ඇත. පද්ධතිය සිරස් තලයක සමතුලිත පිහිටුමක ඇති අතර ABC කෝණය 2θ ය. සීමාකාරී සමතුලිත පිහිටුමෙහිදී $7\cot\theta = 15\mu$ සපුරාලයි. මෙහි μ යනු BC දණ්ඩෙහි C කෙළවර සහ තලය අතර ඝර්ෂණ සංගුණකයයි. AB දණ්ඩෙහි ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය G, $AG:GB = 3:5$ සපුරාලන බව පෙන්වන්න.
අසවුවේ ප්‍රතික්‍රියාව නිර්ණය කරන්න.

16. ආධාරකයේ අරය a වන ඒකාකාර අර්ධ ගෝලාකාර පෘෂ්ඨයක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය නිර්ණය කරන්න. අඩියෙහි අරය R ද උස H ද වන ඒකාකාර සෘජු වෘත්තාකාර ඝන කේතුවක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයෙහි පිහිටුම සඳහන් කරන්න.

ස්කන්ධය km වන ද්‍රව්‍යයකින් තනා ඇති අඩියෙහි අරය $3a$ ද උස $4a$ ද වන ඒකාකාර සෘජු වෘත්තාකාර ඝන කේතුවක් සහ ස්කන්ධය m වන ද්‍රව්‍යයකින් තැනූ ආධාරකයේ අරය $5a$ වන ඒකාකාර අර්ධ ගෝලාකාර පෘෂ්ඨයක්, අර්ධ ගෝලීය පෘෂ්ඨයෙහිත් කේතුවෙහිත් අක්ෂ සම්පාත වන පරිදිත් කේතුවෙහි ශීර්ෂය සහ අර්ධ ගෝලීය පෘෂ්ඨයෙහි කේන්ද්‍රය සම්පාත වන පරිදිත් සම්බන්ධිතව ඇත. යාබද රූප සටහන බලන්න. මෙහි. මෙම සංයුක්ත වස්තුවෙහි ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය G පොදු අක්ෂය මත O ලක්ෂ්‍යයෙහි සිට $2(1+k)\,OG = (5k+6)a$ වන ලෙස පිහිටන බව පෙන්වන්න.



කේතුව සාදා ඇති ද්‍රව්‍යයෙහි ඝනත්වය 25ρ ද අර්ධ ගෝලාකාර පෘෂ්ඨය තනා ඇති ද්‍රව්‍යයෙහි පෘෂ්ඨීක ඝනත්වය $6a\rho$ ද වන විට $4\,OG = 11a$ බව පෙන්වන්න.

සංයුක්ත වස්තුව, එකම ලක්ෂ්‍යයකට සම්බන්ධිත දිග $25a/6$ බැගින් වන සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තු දෙකකින් එල්ලා සමතුලිතව ඇත. එක් තන්තුවක් අර්ධ ගෝලීය පෘෂ්ඨයෙහි ආධාරකයෙහි වූ A ලක්ෂ්‍යයකට සම්බන්ධිත

අතර අනෙක් තන්තුව O ලක්ෂ්‍යයට සම්බන්ධිතය. OA තිරස සමග θ කෝණයක් සාදයි නම් $73\tan\theta = 30$ බව පෙන්වන්න.

17.(a) A සහ B යනු Ω නියැදි අවකාශයක ස්වායත්ත සිද්ධි දෙකක් යැයි ගනිමු. A සහ B සිද්ධි සිදු වීමේ සම්භාවිතාය වන $p(A)$ සහ $p(B)$ ඇසුරෙන් $p(A \cap B)$ ප්‍රකාශ කරන්න.

කඳුකර පෙදෙසක පිහිටි කුඩා නගරයක දෙන ලද දිනයක් සඳහා වැසි සහිත දිනයක් වීමේ සම්භාවිතාවය $1/3$ කි. වැසි සහිත දිනයකදී වාහන තදබද ඇති වීමේ සම්භාවිතාවය $1/2$ ක් ද අනෙක් දිනයකදී වාහන තදබද ඇති වීමේ සම්භාවිතාවය $1/4$ ක් ද වේ. වැසි සහිත වාහන තදබද ඇති දිනයකදී මා පැසැලට පමා වී යාමේ සම්භාවිතාවය $1/2$ කි. වැසි මෙන්ම වාහන තදබද නොමැති දිනයකදී මා පැසැලට පමා වී යාමේ සම්භාවිතාවය $1/8$ කි. වැසි නොමැති නම් හෝ වාහන තදබද නොමැති දිනයකදී මා පැසැලට පමා වී යාමේ සම්භාවිතාවය $1/4$ කි. සසම්භාවී දිනයකදී පහත සිද්ධි සිදු වීමේ සම්භාවිතා සොයන්න.

(a) වැසි නොමැති වුව ද වාහන තදබද ඇති දිනෙක මා පැසැලට පමා නොවී යාම.
(b) මා පැසැලට පමා වී යාම.
(c) මා පැසැලට පමා වී ගොස් ඇති අතර එදින වැසි සහිත දිනයක් වීම.

17.(b) පංතියක සිසුන් පිරිසකගේ උස පහත සමුහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියෙන් දැක් වේ.

උස (cm)	120 - 130	130 - 140	140 - 150	150 - 160	160 - 170
සිසුන් ගණන	2	5	25	10	8

මාත පංතියෙහි පංති අගය උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය ලෙස ගෙන පංති අගයත් අපගමනයත් ඉදිරිපත් වන අයුරින් වගුවක් සකස් කරන්න.
එම වගුව ඇසුරින්,

(i) මෙම ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය, මාතය සහ මධ්‍යස්ථය නිර්ණය කරන්න.
(ii) 125 cm සහ 165 cm යන දත්තද මෙම ව්‍යාප්තියට එක් කළේ නම් ආරම්භක ව්‍යාප්තියේ සහ නව ව්‍යාප්තියේ සම්මත අපගමන ගැන අදහස් ඉදිරිපත් කරන්න.