සියලුම හිමිකම් ඇවිරිණි / All Rights Reserved

ඌව පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව
ஊவா மாகாண கல்வித் திணைக்களம்
Uva Province Department of Education

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2022
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2022
General Certificate Of Education (Adv. Level) Examination, 2022

සංයුක්ත ගණිතය I
இணைந்த கணிதம் I
Combined Mathematics I

10 S I

B කොටස

11\. a) $\lambda \in \Re$ හා $f(x) = x^2 + (1-\lambda)x - 1$ ලෙස ගනිමු.

i. $\lambda \in \Re$ සඳහා $f(x) = 0$ හි මූල තාත්වික ප්‍රභින්න බව පෙන්වන්න.

ii. $f(x) = 0$ හි මූල α හා β වේ. මූල වල අන්තරය අවම වන λ හි අගය නිර්ණය කරන්න. එම λ අගයට අනුරූප $f(x)$ හි ප්‍රස්ථාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

b) $f(x) = x^2 + bx + c = 0$ හි මූල α හා β නම් මූල α^2 හා β^2 වන සමීකරණය ගොඩනගන්න.

එනයින් මූල $\alpha^2 + \dfrac{1}{\beta^2}$ හා $\beta^2 + \dfrac{1}{\alpha^2}$ වන සමීකරණය අපෝහණය කරන්න.

c) $f(x)$ ශ්‍රිතය $2x^2 + x - 1$ න් බෙදූ විට ශේෂය $4x - 3$ වේ. $g(x)$ ශ්‍රිතය $4x^2 - 1$ න් බෙදූ විට ශේෂය $4x - 1$ වේ. $f(x) + g(x)$ ශ්‍රිතයේ ඒකජ සාධකයක් සොයන්න. එම ඒකජ සාධකයෙන් $f(x) - g(x)$ බෙදූ විට ශේෂය -2 බව පෙන්වන්න.

22 A/L අපි [papers grp]

12\. a) කිසියම් සංඥා යවන්නෙකු පහත දැක්වෙන පරිදි බල්බ 10ක් ඇත. ප්‍රමාණයෙන් සමාන සුදුපාට බල්බ තුනක්, රතුපාට බල්බ දෙකක්, කොළපාට බල්බ දෙකක්, නිල්පාට බල්බ එකක් හා කහපාට බල්බ දෙකක්. එකපෙළකට සවිකර ඇති බල්බ රඳවන (Holder) හතරක මෙම බල්බ රැඳවීමෙන් බල්බ දැල්විය හැක. දැල්වෙන බල්බ 4 අනුව යවන සංඥා එකිනෙකට වෙනස් වේ. පහත දැක්වෙන එක් එක් ආකාරයට බල්බ 4ක් තෝරා ගෙන එම රඳවන 4 ම දැල්වීමෙන් යැවිය හැකි එකිනෙකට වෙනස් සංඥා ගණන සොයන්න.

i. තෝරාගනු ලබන බල්බ 4ම එකිනෙකට වෙනස් වර්ණ වලින් සමන්විත වේ නම්,

ii. ඕනෑම බල්බ හතරක් තෝරාගත හැකි නම්,

b) $r \in Z^+$ සඳහා, $\dfrac{2r+1}{r(r+1)(r+2)} = \dfrac{Ar+B}{(r+1)(r+2)} - \dfrac{A(r-1)+B}{r(r+1)}$ වන පරිදි A හා B තාත්වික නියතයන් හි අගයයන් සොයන්න.

එනයින් $r \in Z^+$ සඳහා, $\dfrac{3}{1.2.3} + \dfrac{5}{2.3.4} + \dfrac{6}{3.4.5} + \ldots\ldots$ යන අපරිමිත ශ්‍රේණියේ r වන පදය U_r යන්න,

$U_r = f(r) - f(r-1)$ වන පරිදි $f(r)$ සොයා,

Scanned with CamScanner

$n \in Z^+$ සඳහා, $\sum_{r=1}^{n} U_r = \frac{5}{4} + \frac{4n+5}{2(n+1)(n+2)}$ බව පෙන්වන්න.

$\sum_{r=1}^{\infty} U_r$ අපරිමිත ශ්‍රේණිය අභිසාරී බව අපෝහණය කර එහි ඓක්‍යය සොයන්න.

$r \in Z^+$ සඳහා, $W_r = U_{r+2} - 2U_r$ යැයි ගනිමු.

$\sum_{r=1}^{n} W_r = U_{n+1} + U_{n+2} - U_1 - U_2 - \sum_{r=1}^{n} U_r$ බව පෙන්වා,.

$\sum_{r=1}^{n} W_r$ ශ්‍රේණිය අභිසාරී බව අපෝහණය කර එහි ඓක්‍යය සොයන්න.

22 A/L අපි [papers grp]

13. a) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ හා $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ යැයි ගනිමු. $P = AB$ මගින් අර්ථ දක්වෙන P න්‍යාසය සොයන්න.

එනයින්, $P^2 = \begin{pmatrix} 11 & 10 \\ 25 & 26 \end{pmatrix}$ බව පෙන්වන්න. P^{-1} න්‍යාසය ලියා දක්වන්න.

$P^2 = Q + 18P^{-1} + 19I$ නම්, Q න්‍යාසය සොයා, Q^{-1} න්‍යාසය නොපවතින බව පෙන්වන්න. මෙහි I යනු ගනය 2 වන ඒකක න්‍යාසය වේ.

b) Z_1 හා Z_2 සංකීර්ණ සංඛ්‍යා දෙකක එකතුව $Z_1 + Z_2$ ආගන්ඩ් තලයේ නිරූපණය සඳහා ජ්‍යාමිතික නිර්මාණයක් දක්වන්න.

$Z_1 = k_1\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right)$ සහ $Z_2 = k_2(-1 + \sqrt{3}\,i)$ සංකීර්ණ සංඛ්‍යා ආගන්ඩ් සටහනක P සහ Q ලක්ෂ්‍ය මගින් නිරූපණය කෙරේ. මෙහි k_1 හා k_2 ධන තාත්වික සංඛ්‍යා වේ. $|Z_1|$, $|Z_2|$, $Arg(Z_1)$, $Arg(Z_2)$ සොයන්න.

OPRQ මගින් ආගන්ඩ් සටහනේ සෘජුකෝණාස්‍රයක් නිරූපණය කරන අතර R මගින් Z සංකීර්න සංඛ්‍යාව නිරූපණය වේ. $|Z| = 2$ වන අතර Z හුදෙක් අතාත්වික නම්, k_1 හා k_2 අගය සොයන්න.

c) ද මුවාවර් ප්‍රමේයය භාවිතයෙන්,

$$Z = \frac{(\cos\theta + i\sin\theta)^5}{(\sin\theta + i\cos\theta)^8}$$ නම්, $Z = \cos 13\theta + i\sin 13\theta$ බව පෙන්වන්න.

එනයින්, $\theta = \frac{\pi}{78858}$ නම්, $Z^{2022} + Z^{-2022} = 1$ බව අපෝහනය කරන්න.

Scanned with CamScanner

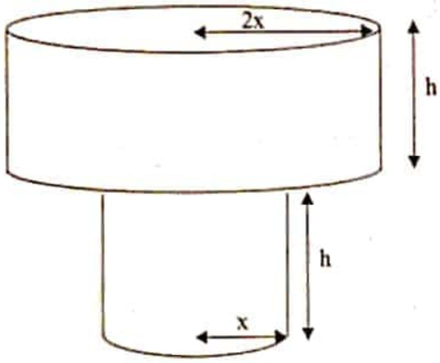
14. a) $x \neq 2$ සඳහා $f(x) = \dfrac{x(5x-4)}{(x-2)^2}$ යැයි ගනිමු. $f(x)$ හි ව්‍යුත්පන්නය වූ $f'(x)$ යන්න $x \neq 2$ සඳහා

$f'(x) = \dfrac{8(1-2x)}{(x-2)^3}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න. එනයින් $f(x)$ වැඩි වන හා අඩු වන ප්‍රාන්තර

සොයන්න. $f(x)$ හි හැරම් ලක්ෂ්‍යයන්හි ඛණ්ඩාංග ද සොයන්න.

$x \neq 2$ සඳහා $f'' = \dfrac{8(4x+3)}{(x-1)^4}$ බව දී ඇත. මෙහි $f''(x)$ මගින් $f(x)$ හි දෙවන ව්‍යුත්පන්නය දක්වයි.

$y = f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයේ නතිවර්ථන ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක සොයන්න. ස්පර්ශෝන්මුඛ, හැරම් ලක්ෂ්‍ය හා නතිවර්ථන ලක්ෂ්‍ය දක්වමින් $y = f(x)$ හි ප්‍රස්ථාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

b) 

යාබද රූපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි ජල ටැංකියක් නිර්මාණය කර ඇත්තේ අරය $2x$ හා උස h වූ සිලින්ඩරයකින් හා අරය x හා උස h වූ සිලින්ඩරයකිනි. ටැංකියේ මුලු පරිමාව $2500\pi\ m^3$ වේ.

$h = \dfrac{500}{x^2}$ බව පෙන්වන්න.

පරිසරයට විවෘතව ඇති බිත්ති කොටස් වන (ඉහල පියන හැර) වක්‍ර පෘෂ්ඨ වල වර්ග මීටරයක් සඳහා රුපියල් 1000 ක් වන අතර තල පෘෂ්ඨ වල වර්ග මීටරයක් සඳහා රුපියල් 500 කිග මේ සඳහා මුලු පිරිවැය,

$C = \dfrac{3000000\pi}{x} + 1500\pi x^2$ බව පෙන්වන්න. පිරිවැය අවම වන x හි අගය සොයන්න.

22 A/L අපි [papers grp]

15. a) $\dfrac{3x-2}{x^3-x^2}$ යන්න භින්න භාග කර දක්වන්න.

එනයින්, $\displaystyle\int \frac{3x-2}{x^3-x^2}\,dx$ සොයන්න.

b) කොටස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිතයෙන් $\displaystyle\int_0^{\pi/2} e^x(\sin x + \cos x)\,dx = e^{\pi/2}$ බව පෙන්වන්න.

c) i. $\displaystyle\int_0^a \sin x \sin(a-x)\,dx = \frac{1}{2}(\sin a - a\cos a)$ බව පෙන්වන්න.

ii. $\displaystyle\int_0^a f(x)\,dx = \int_0^a f(a-x)\,dx$ සූත්‍රය භාවිතයෙන්, x හි සියළු තාත්වික අගය සඳහා $f(x) + f(a-x) = b$ ලෙස වූ

x හි අනුකල්‍ය ශ්‍රිතයක් විට, $\displaystyle\int_0^a f(x)\,dx = \frac{ab}{2}$ බව පෙන්වන්න.

මෙහි a, b නියත වේ.

iii. තවද ඉහත i, ii ඇසුරින්,

$\displaystyle\int_0^a \sin x \sin(a-x) f(x)\,dx = \frac{b}{4}(\sin b - a\cos a)$ බව පෙන්වන්න.

16. $A \equiv (x_0, y_0)$ ලක්ෂ්‍යයේ සිට $ax + by + c = 0$ සරල රේඛාවට ලම්භ දුර $\left|\dfrac{ax_0 + by_0 + c}{\sqrt{a^2 + b^2}}\right|$ බව පෙන්වන්න.

$(2, 3)$ ලක්ෂ්‍යයේ සිට $4x + 3y + 3 = 0$ සරල රේඛාවට ලම්භ දුර සොයන්න.

$(2, 3)$ ලක්ෂ්‍යය කේන්ද්‍රය වන ලෙස $4x + 3y + 3 = 0$ සරල රේඛාව ස්පර්ශ වන ලෙස ඇඳි වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න.

$(2, 3)$ ලක්ෂ්‍යයේ සිට $x + 3y - 1 = 0$ සරල රේඛාවට ලම්භ දුර සොයන්න.

ඒනයින්, ඉහත වෘත්තය සහ සරල රේඛාව ඡේදනය වන බව පෙන්වන්න.

එම ඡේදන ලක්ෂ්‍යය හරහා යමින් කේන්ද්‍රය හරහා යන වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න.

$4x + 3y + 3 = 0$ හා $x + 3y - 1 = 0$ සරල රේඛා වල ඡේදන ලක්ෂ්‍යය B නම් B සොයන්න.

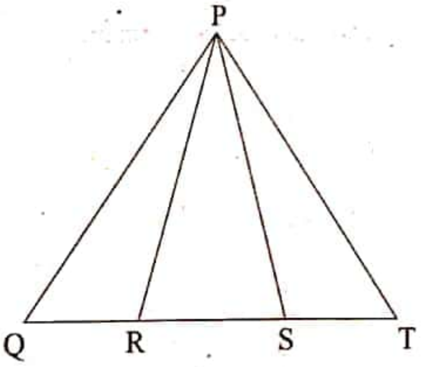
B ලක්ෂයයේ සිට ඉහත වෘත්තයට ඇඳි ස්පර්ශ ජ්‍යායේ සමීකරණය සොයන්න.

B ලක්ෂ්‍යය හරහා යන ඉහත වෘත්ත දෙකට ප්‍රලම්භ වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න.

22 A/L අපි [papers grp]

17. a) $\cot\left(\theta + \dfrac{\pi}{12}\right) - \tan\left(\theta - \dfrac{\pi}{12}\right) = \dfrac{4\cos 2\theta}{1 + 2\sin 2\theta}$ බව පෙන්වන්න.

ඒනයින් $\cot\dfrac{\pi}{12}$ හි අගය අපෝහණය කරන්න.

b) 

රූපයේ දක්වා ඇති පරිදි PQR ත්‍රිකෝණයේ QR පදය T දක්වා දික්කර PQT ත්‍රිකෝණය ලබාගෙන ඇත.
මෙහි $Q\hat{P}R = R\hat{P}S = S\hat{P}T = \theta$ වේ. තවද මෙහි PQ = PT ද, QR = ST ද වේ. $P\hat{R}S = \beta$ යැයි ගනිමු. සුදුසු ත්‍රිකෝණ සඳහා සයින් නීතිය භාවිතයෙන් $\tan\beta = \dfrac{\sin\theta}{1 - \cos\theta}$ බව පෙන්වන්න.

c) $\tan^{-1}(2x + 1) + \tan^{-1}(2x - 1) = \tan^{-1}2$ සපුරාලන එක් x අගයක් පමණක් පවතින බව පෙන්වන්න.

Scanned with CamScanner

සියලුම හිමිකම් ඇවිරිණි / All Rights Reserved

ඌව පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව
ஊவா மாகாண கல்வித் திணைக்களம்
Uva Province Department of Education

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2022
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2022
General Certificate Of Education (Adv. Level) Examination, 2022

සංයුක්ත ගණිතය II
இணைந்த கணிதம் II
Combined Mathematics II

10 S II

B කොටස

11. a) ඒකාකාර u ප්‍රවේගයකින් ඉහළ නගින බැලූනයක් පොළවේ සිට t කාලයක් චලිතවීමෙන් අනතුරුව අංශුවක් සීරුවෙන් මුදා හරියි. එවිට ක්ෂණිකව බැලූනය 2g ත්වරණයෙන් ඉහල නැගීම අරඹන අතර අංශුව ගුරුත්වය යටතේ චලනය වේ. චලිත සඳහා එකම සටහනක ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්ථාර ඇඳ එනයින්,

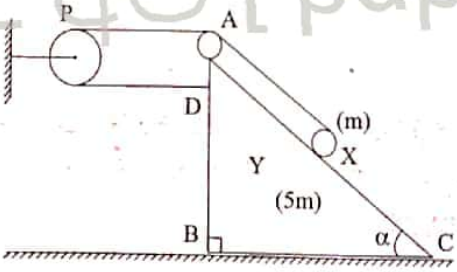
 i. අංශුව පොළොවේ සිට නගින උපරිම උස සොයන්න

 ii. අංශුව උපරිම උසට යන විට බැලූනය ගමන් කර ඇති දුර සොයන්න

 b) A පැසිපන්දු ක්‍රීඩකයෙක් නියත u වේගයකින් උතුරු දිශාවට l සරල රේඛාවක් දිගේ දිවයයි. ඔහු O ලක්ෂ්‍යයක් පසුකරනවාත් සමගම O හරහා යන l ට 60° උතුරෙන් නැගෙනහිරට වූ රේඛාවක O සිට a දුරින් වූ ලක්ෂ්‍යයක සිටින B_1 හා B_2 ක්‍රීඩකයින් දෙදෙනෙකු A අල්ලා ගැනීම සඳහා එකම $v(<u)$ ඒකාකාර වේගයකින් සරල රේඛිය මාර්ග දෙකක දිවයයි. B_1 හා B_2 ක්‍රීඩකයින් දෙදෙනාම A හමුවේ. චලිතයන් සඳහා ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණ එකම සටහනක ඇඳ B_1 හා B_2 ගමන් කරන මාර්ග දෙක අතර කෝණය 2θ යන්න $\cos\theta = \frac{\sqrt{3}u}{2v}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න. B_1 හා B_2 ක්‍රීඩකයින් දෙදෙනා A හමුවීමට ගන්නා කාල අතර අන්තරය $\frac{a\sqrt{4v^2 - 3u^2}}{u^2 - v^2}$ බව පෙන්වන්න.

22 A/L අපි [papers grp]

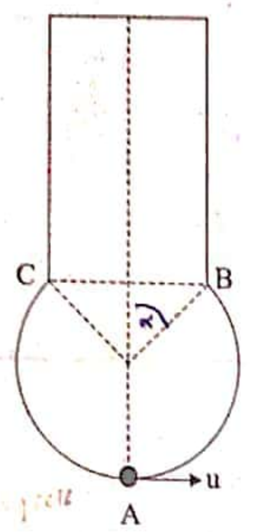
12. a)



රූපයේ දක්වෙන ABC සුමට කුඤ්ඤයේ ස්කන්ධය 5m වන අතර ACB ∠ α වේ. BC මුහුණත සුමට තිරස් තලයක් මත තබා ඇත. සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක එක් කෙළවරක් ස්කන්ධය m වූ X අංශුවටද අනෙක් කෙළවර P අචල කප්පිය හරහා ගොස් Y කුඤ්ඤයේ D නම් ලක්ෂ්‍යයකට සම්බන්ධ කර ඇත. ආරම්භයේ X අංශුව A ට ඉතාම ආසන්නයේ තබා පද්ධතිය සීරුවෙන් මුදා හරියි. කුඤ්ඤයේ තිරස් තලය දිගේ CB ත්වරණය F ද කුඤ්ඤයට සාපේක්ෂව අංශුවේ ත්වරණය AC දිගේ f ද නම්, f = 2F බව පෙන්වන්න.

කුඤ්ඤයේ ත්වරණය සොයා තන්තුවේ ආතතිය $\frac{mg \sin\alpha (3 - \cos\alpha)}{5 - 2\cos\alpha}$ බව පෙන්වන්න.

b)



රූපයේ දැක්වෙන්නේ අරය a වල සුමට කුහර ගෝලයකින් කොටසක් කපා ඉවත් කළ කුහර ගෝල ඛණ්ඩයක ගැට්ටට, ගැට්ටේ අරයට සමාන අරයක් ඇති සෘජු වෘත්ත කුහර සිලින්ඩරයක් දෘඪව සම්බන්ධ කිරීමෙන් තැනූ කුහර වස්තුවකි. එය රූපයේ පරිදි අක්ෂය සිරස් වන සේ දෘඪව සවි කර ඇත. ස්කන්ධය m වන අංශුවක් ගෝලය තුළ පහළම ලක්ෂ්‍යයේ (A) හි තබා u තිරස් ප්‍රවේගයෙන් තිරස්ව ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. අංශුව ගෝල ඛණ්ඩයේ ගැට්ට වෙත (B) පැමිණෙන විට එහි ප්‍රවේගය v හා එය මත ප්‍රතික්‍රියාව R නම්, $V^2 = u^2 - 2ga(1+\cos\alpha)$ තවත් $R = \frac{m}{a}[u^2 - ga(2 + 3\cos\alpha)]$ බවත් සාධනය කරන්න. මෙහි g යනු ගුරුත්වජ ත්වරණය වේ. $u^2 = 7ga$ බවද, B හි දී ගෝල පෘෂ්ඨයෙන් අංශුව ඉවත් වී සිලින්ඩර පෘෂ්ඨය මත ලම්භකව ගැටෙන බවද දී ඇත්නම්, සිලින්ඩරයේ අරය a ඇසුරෙන් සොයන්න.

13. තිරසට 30° ආනත සුමට තලයක් මත O ලක්ෂ්‍යයකට ගැටගසන ලද ස්වභාවික දිග 4a හා ප්‍රත්‍යස්ථතා මාපාංකය 4mg වන සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක අනෙක් කෙලවරට ස්කන්ධය 4m වන අංශුවක් ඈඳා ඇත. අංශුව A ලක්ෂයයක සමතුලිත පිහිටීමේ පවතින විට තන්තුවේ දිග සොයන්න. අංශුව සමතුලිත පිහිටීමේ පවතින විට එයට තලය දිගේ ඉහළට $3\sqrt{ga}$ ප්‍රවේගයකින් චලනය වන ස්කන්ධය 2m වන අංශුවක් ගැටී හාවෙයි. සංයුක්ත අංශුව චලිතය ආරම්භ කරන ප්‍රවේගය සොයන්න.

තන්තුව නොබුරුල්ව ඇතිවිට O සිට තන්තුවට ඇති දුර x යන්න ω නියත වන $\ddot{x} = -\frac{g}{6a}[x - 7a]$ තෘප්ත කරන බව පෙන්වන්න. $X = x - 7a$ ලෙස සලකමින් ω නියත වන $\ddot{X} + \omega^2 X = 0$ බව පෙන්වන්න.

සංයුක්ත අංශුවේ චලිතයේ දෝලන කේන්ද්‍රය සොයා $\dot{X}^2 = \omega^2(C^2 - X^2)$ භාවිතයෙන් C විස්ථාරය සොයන්න. සංයුක්ත අංශුව A සිට තලය දිගේ ඉහළට යන උපරිම දුර සොයා එම දුර ගමන් කිරීමට ගතවන කාලය සොයන්න.

22 A/L අපි [papers grp]

14. a) OPQR යනු සමාන්තරාස්‍රයකි. එහි PQ මත A ලක්ෂ්‍යයක් පිහිටා ඇත්තේ PA : AQ = 2 : 1 වන අන්දමිනි. QR මත B ලක්ෂ්‍යයක් පිහිටා ඇත්තේ QB : BR = 3 : 1 වන අන්දමිනි. O ට සාපේක්ෂව A සහ B හි පිහිටුම් දෛශික $\underline{a}$ සහ $\underline{b}$ වෙයි. $\overrightarrow{OP} = \frac{6\underline{a} - 4\underline{b}}{5}$ බව පෙන්වන්න.

$\underline{a}$ සහ $\underline{b}$ ඇසුරින් $\overrightarrow{OQ}$ ද සොයන්න.

AB සහ OQ රේඛා C ලක්ෂ්‍යයක දී ඡේදනය වෙයි. OC = λOQ ද AC = μAB ද බව දී ඇත්නම්,

$(1-\mu)\underline{a} + \mu\underline{b} = \frac{\lambda(9\underline{a} + 4\underline{b})}{10}$ බව පෙන්වා, λ සහ μ සොයන්න.

AC : CB සහ OC : CQ අනුපාත සොයන්න. $\overrightarrow{OC} = \frac{9\underline{a} + 4\underline{b}}{13}$ බව ද පෙන්වන්න.

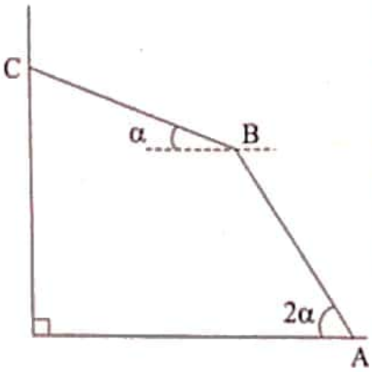
b) ABCD යනු පාදයක දිග 4a වන සමචතුරස්‍රයකි. DE = 3a වන සේ AD පාදය E දක්වා දික් කර ඇත. නිවටන් 2, 5, 3, 1, 5, $\sqrt{2}$ හා $2\sqrt{2}$ විශාලත්ව ඇති බල පිළිවෙලින් $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CB}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{CE}, \overrightarrow{BD}$ හා $\overrightarrow{AC}$ ඔස්සේ ක්‍රියා කරයි. බල පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්ත බලයේ විශාලත්වය හා එහි දිශාව AB සමග සාදන කෝණය සොයන්න.

බල පද්ධතිය D හා E ලක්ෂ්‍යයන් හරහා ක්‍රියා කරන P හා Q සමාන්තර බල දෙකකට තුල්‍ය වේ නම්, P හා Q සොයන්න.

බල පද්ධතිය AB හා BD දිගේ ක්‍රියා කරන L හා M බල දෙකකට හා යුග්මයකට තුල්‍ය වේ නම්, L, M සහ යුග්මයේ ඝූර්ණය සොයන්න.

22 A/L අපි [papers grp]

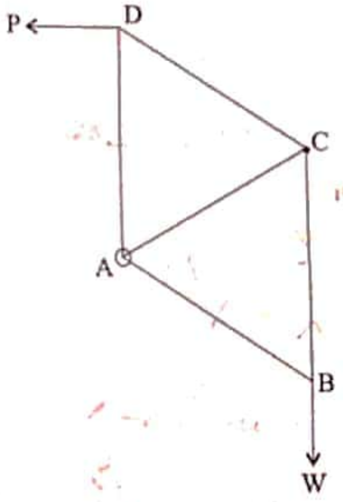
15. a) එක එකෙහි දිග 2a ද, බර w ද වන AB හා BC ඒකාකාර දඬු 2ක් B හි දී සුමට ලෙස සන්ධි කර C කෙළවර සුමට බිත්තියකටද A කෙළවර රළු තිරස් බිමක් එකද වන ලෙස රූපයේ ආකාරයට පද්ධතිය සිරස් තලයක සමතුලිතව ඇත. BC හා BA දඬු තිරසට α හා 2α කෝණවලටත් ආනත වේ. AB දණ්ඩ ගෙබිම අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය μ වේ.



$\cot\alpha \le 4\mu$ බව පෙන්වන්න.

B සන්ධියේ ප්‍රතික්‍රියාවේ තිරස් හා සංරචක සොයා $\alpha = \frac{\pi}{6}$ බව පෙන්වන්න.

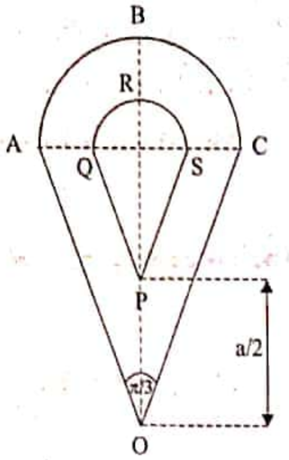
b) රූපයේ දක්වෙන රාමු සැකිල්ල ඒවායේ අන්ත වලදී සුමට ලෙස සන්ධි කළ සමාන දිගින් යුත් AB, BC, CD, DA හා AC සැහැල්ලු දඬු පහකින් සමන්විත වේ. B හි දී w භාරයක් එල්ලා ඇති අතර A හි දී අචල ලක්ෂ්‍යයකට සුමට ලෙස සන්ධිකර සිරස් තලයක සමතුලිතව ඇත්තේ D හි දී යෙදූ තිරස් P බලයක් මගිනි. බෝ අංකනය ඇසුරින් ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් ඇඳ,



එනයින් P හි අගයද, A අසව්වේ ප්‍රතික්‍රියාවද දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල ආතති, තෙරපුම් ද යන්න ප්‍රකාශ කරමින්ද සොයන්න.

16. අරය 2a සහ කේන්ද්‍රයේ $\frac{\pi}{3}$ ක කෝණයක් ආපාතනය කරන ඒකාකාර සිහින් වෘත්ත චාපයක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය එහි සමමිතික අක්ෂය මත කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{6a}{\pi}$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.

එනයින් අරය 2a සහ කේන්ද්‍රයේ $\frac{\pi}{3}$ ක කෝණයක් ආපාතනය කරන ඒකාකාර වෘත්තාකාර කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක ආධාර ගත් කළ ආස්තරයක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය එහි සමමිතික අක්ෂය මත කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{4a}{\pi}$ දුරකින් පිහිටන බව අපෝහනය කරන්න.



එවැනි OACB තල ආස්තරයකින් අරය a සහ කෝණය $\frac{\pi}{3}$ වන ඒකාකාර වෘත්තාකාර කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක ආධාර ගත් තල ආස්තරයක් රූපයේ පරිදි O සිට $\frac{a}{2}$ දුරකින් සමමිතිකව කපා ඉවත් කර ඇත.

i. ඉතිරි වන කොටසේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයට O සිට දුර $\left(\frac{28 - \pi}{6\pi}\right)a$ බව පෙන්වන්න.

ii. ඉතිරි වන කොටසේ ස්කන්ධය m වේ. දිග 4a හා ස්කන්ධය m වන ඒකාකාර සිහින් CD දණ්ඩක් OCD ඒක රේඛීය වන සේ ඉහත ඉතිරි කොටසේ C ලක්ෂ්‍යයට සවි කිරීමෙන් සංයුක්ත වස්තුවක් තනා ඇත. O හි දී ස්කන්ධය M වන අංශුවක් අලවා ඇත. දැන් මෙම වස්තුවේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයට O සිට දුර සොයන්න.

iii. AB රේඛාවේ මධ්‍ය ලක්ෂයය E නම්, OG < OE වන විට A ලක්ෂ්‍යයෙන් සංයුක්ත වස්තුව එල්ලා ඇති අවස්ථාවේ එම වස්තුවේ සමමිතික අක්ෂය සිරසට දරන ආනතිය සොයන්න.

17. a) මුහුණත් ABCDEF, GHIJKL ලෙස අංකනය කරන ලද අංක 1 හා අංක 2 දාදු කැට දෙකක් එකවර උඩ දමන ලදී. දාදු කැට දෙකෙහිම ප්‍රාණාක්ෂර (Vowels) පවතීමේ සම්භාවිතාවය ගණනය කරන්න.

අංක 1 දාදු කැටයෙහි ප්‍රාණාක්ෂරයක් පවතින විට අංක 2 දාදු කැටයෙහි ප්‍රාණාක්ෂරයක් පැවතීමේ සම්භාවිතාවය සොයන්න.

අංක 2 දාදු කැටයෙහි ප්‍රණාක්ෂරයක් පවතින විට අංක 1 දාදු කැටයෙහි ප්‍රණාක්ෂරයක් පැවතීමේ සම්භාවිතාවය සොයන්න.

අංක 1 දාදු කැටයෙහි B සහ F අකුරු වෙනුවට O සහ U ලෙස යෙදුයේ නම්, ඉහත ගණනය කරන ලද සම්භාවිතාවයන් නැවත ගණනය කරන්න.

b) කොරෝනා ප්‍රතිකාරක මධ්‍යස්ථානයක මියගිය රෝගීන්ගේ තොරතුරු පහත වගුව මගින් ලබාදී තිබුණි.

22 A/L අපි [papers grp]

වයස	මියගිය සංඛ්‍යාව
00 - 10	1
10 - 20	2
20 - 30	3
30 - 40	6
40 - 50	8
50 - 60	10
60 - 70	15
70 - 80	20
80 - 90	15

කොරෝනා වලින් මියගිය පුද්ගලයකුගේ සාමාන්‍ය වයස ගණනය කිරීමේ දී මාතය මධ්‍යස්ථය හා මධ්‍යන්‍ය ඉහත දත්ත ඇසුරින් ලබාගන්න. සම්මත අපගමනය ද ගණනය කරන්න.

$\frac{3(M - \mu)}{\sigma}$ මගින් අර්ථ දැක්වෙන කුටිකතා සංගුණකය සොයන්න. මෙහි m යනු මධ්‍යන්‍ය μ යනු මධ්‍යස්ථයද σ යනු සම්මත අපගමනයද වේ.

ඌව පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය 2022

සංයුක්ත ගණිතය 1

ලකුණු ලබා දීමේ පටිපාටිය

22 A/L අපි [papers grp]

Scanned with CamScanner

(01) $f(n) = 4^{2n} - 1$

$n=1$ විට $f(1) = 4^2 - 1 = 15$

$n=1$ ට ප්‍රතිඵලය සත්‍ය වේ. (5)

$n=p$ ට ප්‍රතිඵලය සත්‍ය යැයි උපකල්පනය කරමු.

$f(p) = 4^{2p} - 1 = 15k \;;\; k \in \mathbb{Z}^+$ (5)

$n=p+1$ විට

$f(p+1) = 4^{2p+2} - 1$ (5)

$= 16(4^{2p} - 1) + 16 - 1$

$= 16 \cdot 15k + 15$

$= 15(16k + 1)$ (5)

$= 15k' \;;\; k' \in \mathbb{Z}^+$

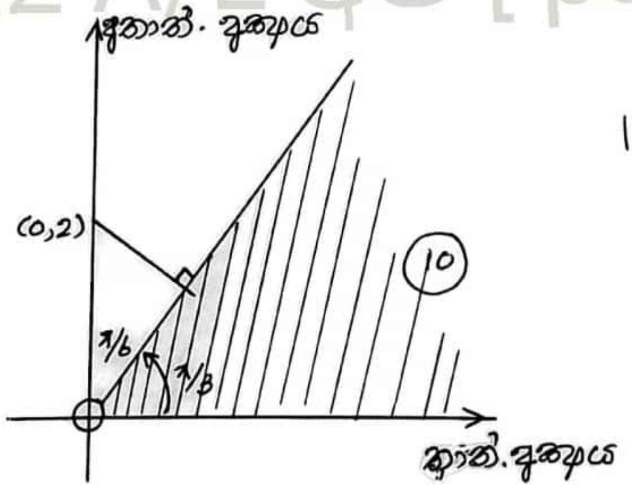
$\therefore$ $n=p+1$ විට $f(p+1)$ ගේන 15 න් බෙදේ.

(5)

$\therefore$ ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය අනුව සියලු ධන නිඛිල n සඳහා ප්‍රතිඵලය සත්‍ය වේ. [25]

22 A/L අපි [papers grp]

(03)



$|\bar{z} + 2i| = |\overline{\bar{z} + 2i}|$

$= |z - 2i|$ (5)

$= |z - (0 + 2i)|$

$|\bar{z} + 2i|_{\text{අවම}} = 2 \sin \pi/6$ (5)

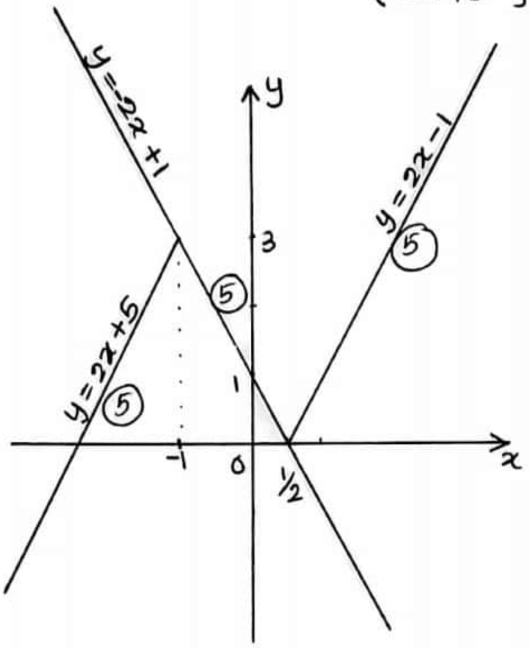
$= 2 \times \frac{1}{2} = \underline{\underline{1}}$ (5)

[25]

(02)

$y = |2x-1| = \begin{cases} 2x-1 & ; x \geq \frac{1}{2} \\ -2x+1 & ; x < \frac{1}{2} \end{cases}$

$y = 3 - |2+2x| = \begin{cases} 1-2x & ; x \geq -1 \\ 2x+5 & ; x < -1 \end{cases}$



$|2x-1| \leq 3 - |2+2x|$

$|2x-1| + |2+2x| \leq 3$

x ට $x/2$ ආදේශ.

$|x-1| + |2+x| \leq 3$

$|2x-1| \leq 3 - |2+2x|$ වන x හි අගය පරාසය

$-1 \leq x \leq \frac{1}{2}$ (5)

$x/2$ ආදේශයෙන්

$-1 \leq \frac{x}{2} \leq \frac{1}{2}$

$-2 \leq x \leq 1$ (5)

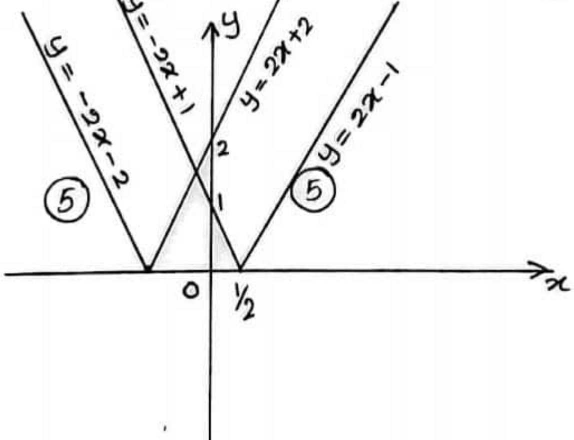
[25]

22 A/L අපි [papers grp]

or

$y = |2x-1| = \begin{cases} 2x-1 & ; x \geq \frac{1}{2} \\ -2x+1 & ; x < \frac{1}{2} \end{cases}$

$y = |2+2x| = \begin{cases} 2x+2 & ; x \geq -1 \\ -2x-2 & ; x < -1 \end{cases}$



$|x+1| + |x+2| \leq 3$

[25]

$x < -2$ විට

$-x-1-x-2 \leq 3$

$-2x \leq 6$

$x \geq -3$

$\therefore -3 \leq x < -2$

$-2 \leq x < -1$ විට

$-x-1+x+2 \leq 3$

$0 \leq 2$

$\therefore -2 \leq x < -1$

$x \geq -1$

$x+1+x+2 \leq 3$

$2x \leq 0$

$x \leq 0$ (10)

$\therefore -1 \leq x \leq 0$

විසඳුම

$-3 \leq x \leq 0$. (05)

Scanned with CamScanner

(04) $(1-ax)^{15}$

$T_{r+1} = {}^{15}C_r (-ax)^r$ (5)

x හි සංගුණකය සඳහා $r=1$

සංගුණකය $(T_2) = {}^{15}C_1 (-a) = 3b$ (5)

$-15a = 3b.$

$b = -5a$

22 A/L අපි [papers grp]

x^2 හි සංගුණකය සඳහා

සංගුණකය $(T_3) = {}^{15}C_2\, a^2 = 7b$ (5)

$$\frac{15!}{2!\,13!} a^2 = 7b$$

$$7 \times 15 a^2 = 7b.$$

$$15a^2 = b.$$

$$\therefore\ 15a^2 = -5a.$$

$$5a(3a+1) = 0$$

$a = 0$ ~~#~~ හෝ $a = -\frac{1}{3}$ (5)

$$\therefore\ b = +\frac{5}{3}$$ (5)

[25]

(05) $$\lim_{x \to 0} \frac{(1-\cos 2x)(\sqrt{4+x^2}-2)}{x^4}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{2\sin^2 x}{x^2} \cdot \lim_{x \to 0} \frac{(\sqrt{4+x^2}-2)(\sqrt{4+x^2}+2)}{x^2(\sqrt{4+x^2}+2)}$$ (5) (5)

$$= 2\left(\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x}\right)^2 \cdot \lim_{x \to 0} \frac{4+x^2-4}{x^2(\sqrt{4+x^2}+2)}$$

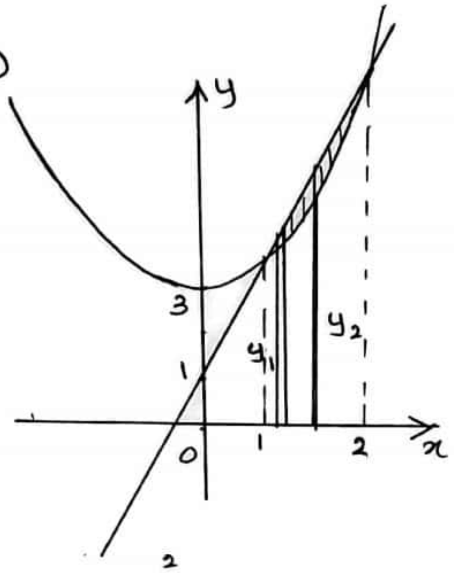
$$= 2 \cdot 1^2 \cdot \lim_{x \to 0} \frac{1}{\sqrt{4+x^2}+2}$$ (5)

$$= 2 \times 1 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{2}.$$ (5) (5)

[25]

Scanned with CamScanner

(06)



$x^2+3 = 3x+1$

$x^2-3x+2 = 0$

$(x-2)(x-1) = 0$

$x = 2$ හෝ $x = 1$

(5)

$$V = \int_1^2 \pi y_1^2 - \pi y_2^2 \, dx \quad (5)$$

$$= \pi \int_1^2 y_1^2 - y_2^2 \, dx$$

$$= \pi \int_1^2 (3x+1)^2 - (x^2+3)^2 \, dx \quad (5)$$

$$= \pi \int_1^2 (9x^2+6x+1-x^4-6x^2-9) \, dx$$

$$= \pi \int_1^2 (-x^4+3x^2+6x-8) \, dx$$

$$= \pi \left\{ -\left[\frac{x^5}{5}\right]_1^2 + 3\left[\frac{x^3}{3}\right]_1^2 + 6\left[\frac{x^2}{2}\right]_1^2 - 8[x]_1^2 \right\} \quad (5)$$

$$= \pi \left\{ -\frac{1}{5}(32-1) + (8-1) + 3(4-1) - 8 \right\}$$

$$= \pi \left(\frac{-31}{5} + 7 + 9 - 8 \right)$$

$$= \frac{9\pi}{5} \text{ ඝන ඒකක } (5)$$

[25]

22 A/L අපි [papers grp]

Scanned with CamScanner

(07) $x = a\cos^3\theta$, $y = a\sin^3\theta$

$$\frac{dx}{d\theta} = -3a\cos^2\theta\sin\theta \qquad \frac{dy}{d\theta} = 3a\sin^2\theta\cos\theta \quad (5)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{d\theta}\cdot\frac{1}{\frac{dx}{d\theta}} = -\tan\theta \quad (5)$$

$\theta = \alpha$ විට $\left(\frac{dy}{dx}\right)_{\theta=\alpha} = -\tan\alpha$.

∴ ස්පර්ශකය: $y - a\sin^3\alpha = -\tan\alpha\,(x - a\cos^3\alpha)$

$$x\tan\alpha + y = a\cos^2\alpha\sin\alpha + a\sin^3\alpha$$

$$x\sin\alpha + y\cos\alpha = a\sin\alpha(\cos^2\alpha + \sin^2\alpha)\cos\alpha$$

(5)

$$x\sin\alpha + y\cos\alpha = \frac{a}{2}\sin 2\alpha.$$

$\theta = \beta$ විට අභිලම්බයේ අනුක්‍රමණය $= \frac{1}{\tan\beta}$

$\therefore\ -\tan\alpha = \frac{1}{\tan\beta} \Rightarrow \tan\beta = -\cot\alpha$ (5)

$\tan\beta = \tan(\pi/2 + \alpha)$

හෝ $\tan\beta = \tan(3\pi/2 + \alpha)$

$\therefore\ \beta = \pi/2 + \alpha$ හෝ $\beta = 3\pi/2 + \alpha$.

(5)

25

22 A/L ඇති [papers grp]

(08) කෝණ සමච්ඡේදක

$$\frac{|3\bar{x} + 4\bar{y} + 5|}{\sqrt{3^2+4^2}} = \frac{|4\bar{x} + 3\bar{y} + \lambda|}{\sqrt{4^2+3^2}} \quad (5)$$

$$3\bar{x} + 4\bar{y} + 5 = \pm(4\bar{x} + 3\bar{y} + \lambda)$$

$(+) \Rightarrow \bar{x} - \bar{y} + \lambda - 5 = 0$

$(-) \Rightarrow 7\bar{x} + 7\bar{y} + 5 + \lambda = 0$

$\therefore\ l_1 : x - y + \lambda - 5 = 0$ (5)

$l_2 : 7x + 7y + 5 + \lambda = 0$

$l_1 = 0$ හි අනු $m_1 = 1$

$u \equiv 3x + 4y + 5 = 0$ හි අනු $= -3/4$

$u = 0$ හා $l_1 = 0$ අතර සුළු කෝණය α නම්

$$\tan\alpha = \left|\frac{1 + 3/4}{1 - 3/4}\right| = 7 > 1 \quad (5)$$

∴ l_1 මහා කෝණ සමච්ඡේදකය වේ. (5)

l_1 , $(0,0)$ හරහා යයි නම්

$\lambda - 5 = 0 \Rightarrow \lambda = 5$ (5)

25

Scanned with CamScanner

(09) $S_1 = 0$ හා $S_2 = 0$ ප්‍රලම්බව ඡේදනය වන වෘත්තය

$S = x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ ගනිමු. $2gg_1 + 2ff_1 = c_1 + c_2$ (5)

S හා S_1 ප්‍රලම්බ බැවින් $2g(-2) + 2f(0) = -5 + c$

$-4g = -5 + c$ —— ① (5)

S හා S_2 ප්‍රලම්බ බැවින් $2g(3) + 2f(-1) = 1 + c$

$6g - 2f = 1 + c$ —— ② (5)

① හා ② න් $5g - f = 3$

$(-g, -f)$ වෙනුවට (x, y) ලෙස ලියූ විට (5)

$-5x + y = 3$

$5x - y + 3 = 0$ (5)

[25]

(10) $\sqrt{3}\sin 2\theta + (\sqrt{3}-1)\sin\theta\cos\theta - \cos 2\theta = 0$

$2\sqrt{3}\sin 2\theta + (\sqrt{3}-1)\sin 2\theta - 2\cos 2\theta = 0$ (5)

$(3\sqrt{3}-1)\sin 2\theta - 2\cos 2\theta = 0$; $\cos 2\theta \neq 0$

$\tan 2\theta = \dfrac{2}{3\sqrt{3}-1}$ (5)

$2\theta = n\pi + (-1)^n \alpha$ (5) ; $\alpha = \tan^{-1} \dfrac{2}{3\sqrt{3}-1}$ (5)

$\theta = \dfrac{n\pi}{2} + (-1)^n \dfrac{\alpha}{2}$; $n \in \mathbb{Z}$ (5)

[25]

22 A/L අපි [papers grp]

Scanned with CamScanner

(11) a) $\lambda \in \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + (1-\lambda)x - 1$

i) $\Delta_x = (1-\lambda)^2 - 4.1(-1)$ (5)

$= 1 - 2\lambda + \lambda^2 + 4$

$= \lambda^2 - 2\lambda + 5$

$= (\lambda - 1)^2 + 4$ (5)

> 0 (5)

$\therefore f(x) = 0$ හි මුල තාත්වික අසමාන වේ. (5) [20]

22 A/L අපි [papers grp]

ii)

$\alpha + \beta = \lambda - 1$ (5)

$\alpha\beta = -1$ (5)

$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$ (5)

$= (\lambda - 1)^2 + 4$

$(\lambda - 1)^2 + 4$ අවම වීමට

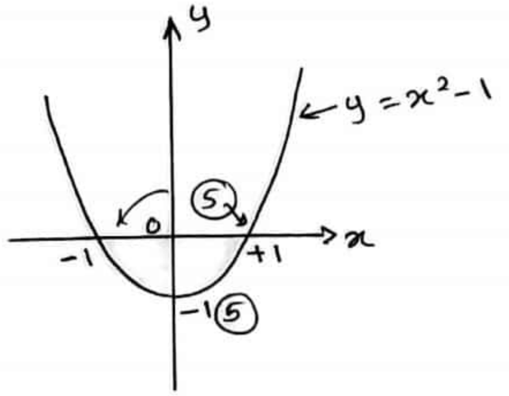
$(\lambda - 1)^2 \geq 0$ වියයුතුය (5)

$\therefore \lambda - 1 = 0$

$\lambda = 1$ (5) [25]

$\lambda = 1$ විට

$f(x) = x^2 - 1$ (5)



[15]

Scanned with CamScanner

b) $f(x) = x^2 + bx + c$

$\alpha + \beta = -b$
$\alpha\beta = c$ (5)

$\lambda = \alpha^2$, $\mu = \beta^2$

$\lambda + \mu = \alpha^2 + \beta^2$
$= (\alpha+\beta)^2 - 2\alpha\beta$ (5)
$= b^2 - 2c$ (5)

$\lambda\mu = (\alpha\beta)^2 = c^2$ (5)

$\therefore$ α^2 හා β^2 මූල වන සමී.

$x^2 - (\lambda+\mu)x + \lambda\mu = 0$

$x^2 - (b^2 - 2c)x + c^2 = 0$ (5) 25

22 A/L අපි [papers grp]

$x = \alpha^2$ $\quad x = \beta^2$

$\alpha^2 + \dfrac{1}{\beta^2} = \dfrac{\alpha^2\beta^2 + 1}{\beta^2}$

$y = \dfrac{c^2+1}{x}$ (5)

$x = \dfrac{c^2+1}{y}$ ආදේශ.

$\left(\dfrac{c^2+1}{y}\right)^2 - (b^2-2c)\dfrac{(c^2+1)}{y} + c^2 = 0$ (5)

$(c^2+1)^2 - (b^2-2c)(c^2+1)y + c^2y^2 = 0$ (5) 15

Scanned with CamScanner

c) $f(x) = (2x^2+x-1)Q(x) + 4x - 3$ (5)

$g(x) = (4x^2-1)Q'(x) + 4x - 1$ (5)

$h(x) = f(x) + g(x)$

$= (2x-1)(x+1)Q(x) + 4x - 3 + (4x^2-1)Q'(x) + 4x - 1$ (5)

$= (2x-1)(x+1)Q(x) + (2x-1)(2x+1) + 4(2x-1)$ (5)

$h(\frac{1}{2}) = 0$ (5)

$\therefore$ $(2x-1)$ යනු $f(x)+g(x)$ හි සාධකයකි. (5)

22 A/L අපි [papers grp]

$r(x) = f(x) - g(x)$

$= (2x-1)(x+1)Q(x) + 4x - 3 - (2x-1)(2x+1)Q'(x) - 4x + 1$ (5)

$= (2x-1)\left[(x+1)Q(x) - (2x+1)Q'(x)\right] - 2$ (5)

$r(\frac{1}{2}) = 0 - 2$ (5)

$\therefore$ $f(x) - g(x)$ යන්න $(2x-1)$ න් බෙදූ විට ශේෂය -2 කි. (5)

50

Scanned with CamScanner

(12) a) W - 3 , R - 2 , G - 2 , B - 1 , Y - 2

i) $^5C_4 \times 4! = 5 \times 4! = 120$ (5) (5) (5) [15]

ii) සමාන 3 ක් වෙනස් 1 ක් $= {}^1C_1 \times {}^4C_1 \times \frac{4!}{3!} = 16$ (10) (5)

සමාන 2 බැගින් $= {}^4C_2 \times \frac{4!}{2!\,2!} = 36$ (10) (5)

සමාන 2 වෙනස් 2 $= {}^4C_1 \times {}^4C_2 \times \frac{4!}{2!} = 288$ (10) (5)

වෙනස් 4 $= {}^5C_4 \times 4! = 120$

මුළු ආකාර ගණන $= 16 + 36 + 288 + 120$

$= 460$ (5) [50]

22 A/L අපි [papers grp]

b) $$\frac{2r+1}{r(r+1)(r+2)} = \frac{Ar+B}{(r+1)(r+2)} - \frac{A(r-1)+B}{r(r+1)}$$

$$2r+1 = (Ar+B)r - [A(r-1)+B](r+2)$$

$r \Rightarrow \quad 2 = B + A - B - 2A \Rightarrow$ (10)

$r^0 \Rightarrow \quad 1 = 2A - 2B$

$A = -2$ (5) $\quad B = -5/2$ (5) [20]

$$\frac{2r+1}{r(r+1)(r+2)} = \frac{-2r-5/2}{(r+1)(r+2)} - \frac{-2(r-1)-5/2}{r(r+1)}$$ (5)

$$= \frac{-(4r+5)}{2(r+1)(r+2)} + \frac{4r-4+5}{2r(r+1)}$$

$$= \frac{-(4r+5)}{2(r+1)(r+2)} + \frac{4r+1}{2r(r+1)}$$ (5)

$$U_r = \frac{2r+1}{r(r+1)(r+2)} = f(r) - f(r-1)$$

මෙහි $f(r) = \frac{-(4r+5)}{2(r+1)(r+2)}$ (10) [20]

Scanned with CamScanner

$U_r = f(r) - f(r-1)$

$r=1 \quad U_1 = f(1) - f(0)$ (5)

$r=2 \quad U_2 = f(2) - f(1)$

$\vdots \qquad \vdots$

$r=n-1 \quad U_{n-1} = f(n-1) - f(n-2)$ (5)

$r=n \quad U_n = f(n) - f(n-1)$

$$\sum_{r=1}^{n} U_r = f(n) - f(0) \quad (5)$$

$$\sum_{r=1}^{n} U_r = \frac{-(4n+5)}{2(n+1)(n+2)} - \frac{(-)5}{2\cdot1\cdot2}$$

$$= \frac{5}{4} - \frac{4n+5}{2(n+1)(n+2)}$$ (5)

[20]

22 A/L අපි [papers grp

$$\sum_{r=1}^{\infty} U_r = \lim_{n\to\infty}\left[\frac{5}{4} - \frac{4n+5}{2(n+1)(n+2)}\right] \quad (5)$$

$$= \lim_{n\to\infty}\left[\frac{5}{4} - \frac{4/n + 5/n^2}{2(1+1/n)(1+2/n)}\right]$$

$$= \frac{5}{4} - 0 = \frac{5}{4} \text{ (පරිමිතයි)}$$ (5)

[10]

$\therefore$ ශ්‍රේණිය අභිසාරී වේ.

ඓක්‍යය $= 5/4$ (5)

$W_r = U_{r+2} - 2U_r$

$$\sum_{r=1}^{n} W_r = \sum_{r=1}^{n}\left[U_{r+2} - 2U_r\right] = \sum_{r=1}^{n} U_{r+2} - 2\sum_{r=1}^{n} U_r$$

$$= \sum_{r=1}^{n} U_r + U_{n+1} + U_{n+2} - U_1 - U_2 - 2\sum_{r=1}^{n} U_r$$

$$= U_{n+1} + U_{n+2} - U_1 - U_2 - \sum_{r=1}^{n} U_r \quad (5)$$

$$\sum_{r=1}^{\infty} W_r = \lim_{n\to\infty} U_{n+1} + U_{n+2} - U_1 - U_2 - \sum_{r=1}^{n} U_r$$

$$= 0 + 0 - \frac{3}{6} - \frac{5}{24} - \frac{5}{4}$$

$$= \frac{-12-5-30}{24} = \frac{-47}{24} \text{ (පරිමිතයි)}$$

$\therefore$ ශ්‍රේණිය අභිසාරීවේ. $\sum_{r=1}^{\infty} W_r = -\frac{47}{24}$ (5)

[15]

(13) a) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

$P = AB = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ (05)

$= \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$ (5) [10]

$P^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$ (5) $= \begin{pmatrix} 11 & 10 \\ 25 & 26 \end{pmatrix}$ (5) [10]

$P^{-1} = \dfrac{1}{\det P}\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -5 & 1 \end{pmatrix}$

$= \dfrac{1}{4-10}\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -5 & 1 \end{pmatrix}$ (5)

$= -\dfrac{1}{6}\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -5 & 1 \end{pmatrix}$ (5) [10]

22 A/L ඇයි [papers grp]

$P^2 = Q + 18P^{-1} + 19I$

$Q = P^2 - 18P^{-1} - 19I$ (5)

$= \begin{pmatrix} 11 & 10 \\ 25 & 26 \end{pmatrix} - 18\left[-\dfrac{1}{6}\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -5 & 1 \end{pmatrix}\right] - 19\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} 11 & 10 \\ 25 & 26 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 12 & -6 \\ -15 & 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 19 & 0 \\ 0 & 19 \end{pmatrix}$ (5)

$= \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 10 & 10 \end{pmatrix}$ (5) [15]

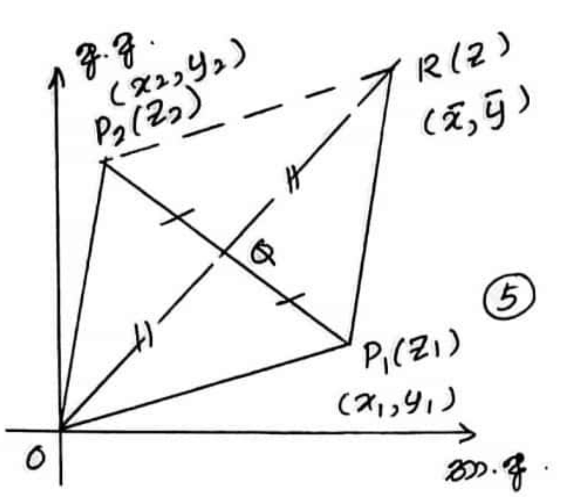
$\det Q = 4(10) - 4(10)$

$= 0$ (5)

Q^{-1} නොපවතී. (5) [10]

55

b)



(5)

P_1P_2 හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය Q වන අතර $OQ = QR$ වන සේ R ලකුණු කරන්න.
OP_1RP_2 සමාන්තරාස්‍රයකි.
(විකර්ණ සමච්ඡේද වන නිසා)

$$Q \equiv \left[\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right]$$

තව ද $Q \equiv \left[\frac{\bar{x}}{2}, \frac{\bar{y}}{2}\right]$ (5)

$$\frac{\bar{x}}{2} = \frac{x_1+x_2}{2} \Rightarrow \bar{x} = x_1 + x_2$$

$$\frac{\bar{y}}{2} = \frac{y_1+y_2}{2} \Rightarrow \bar{y} = y_1 + y_2$$ (5)

∴ z සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව $z_1 + z_2$ නිරූපණය වේ. [15]

22 A/L අපි [papers grp]

$$z_1 = k_1\left[\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right] = k_1\left[\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right]$$ (5)

$|z_1| = |k_1|$ (5) $\quad Arg(z_1) = \pi/6$ (5)

$$z_2 = k_2(-1 + \sqrt{3}i)$$

$$= 2k_2\left(\frac{-1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)$$

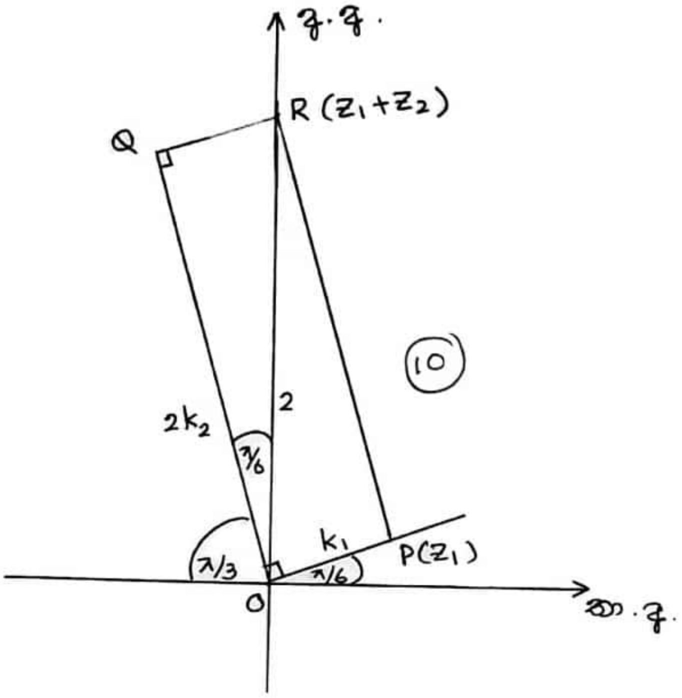
$$= 2k_2\left[\cos(\pi - \pi/3) + i\sin(\pi - \pi/3)\right]$$

$$= 2k_2\left(\cos 2\pi/3 + i\sin 2\pi/3\right)$$ (5)

$|z_2| = 2k_2$ (5) $\quad Arg(z_2) = \frac{2\pi}{3}$ (5)

[30]

Scanned with CamScanner



$2\cos\frac{\pi}{6} = 2k_2$

$k_2 = \cos\frac{\pi}{6}$

$= \frac{\sqrt{3}}{2}$ (5)

$k_1 = 2\cos\frac{\pi}{3}$

$= 2 \times \frac{1}{2}$ (5)

$= 1$

[20]

22 A/L අපි [papers grp]

c) $z = \frac{(\cos\theta + i\sin\theta)^5}{(\sin\theta + i\cos\theta)^8}$

$= \frac{(\cos\theta + i\sin\theta)^5}{\left[\cos(\frac{\pi}{2}-\theta) + i\sin(\frac{\pi}{2}-\theta)\right]^8}$ (5)

$= \frac{\cos 5\theta + i\sin 5\theta}{\cos(4\pi - 8\theta) + i\sin(4\pi - 8\theta)}$ (5)

$= \frac{\cos 5\theta + i\sin 5\theta}{\cos 8\theta - i\sin 8\theta}$

$= \frac{(\cos 5\theta + i\sin 5\theta)(\cos 8\theta + i\sin 8\theta)}{(\cos 8\theta - i\sin 8\theta)(\cos 8\theta + i\sin 8\theta)}$

$= \frac{(\cos 5\theta\cos 8\theta - \sin 5\theta\sin 8\theta) + i(\sin 5\theta\sin 8\theta + \sin 8\theta\cos 5\theta)}{\cos^2 8\theta + \sin^2 8\theta}$

$z = \cos(5\theta + 8\theta) + i\sin(5\theta + 8\theta)$

$= \underline{\underline{\cos 13\theta + i\sin 13\theta}}$ (5)

[15]

$z^{2022} + z^{-2022} = (\cos 13\theta + i\sin 13\theta)^{2022}$

$+ (\cos 13\theta + i\sin 13\theta)^{-2022}$

(5)

$= \cos(2022 \times 13\theta) + i\sin(2022 \times 13\theta)$

(5)

$+ \cos(-2022 \times 13\theta) + i\sin(-2022 \times 13\theta)$

$= 2\cos\left(\cancel{2022 \times 13} \times \frac{\pi}{\cancel{78858}}\right)$

$= 2\cos \pi/3$

$= 2 \times \frac{1}{2}$

$= \underline{1}$ (5)

[15]

22 A/L අපි [papers grp]

Scanned with CamScanner

(14) a) $f(x) = \dfrac{x(5x-4)}{(x-2)^2}$

$$f'(x) = \frac{(x-2)^2(10x-4) - x(5x-4)2(x-2)}{(x-2)^4} \quad (10)$$

$$= \frac{2(x-2)\left[(x-2)(5x-2) - x(5x-4)\right]}{(x-2)^4}$$

$$= \frac{2\left[5x^2 - 12x + 4 - 5x^2 + 4x\right]}{(x-2)^3} \quad (5)$$

$$= \frac{2(-8x+4)}{(x-2)^3} = \frac{8(1-2x)}{(x-2)^3}$$

[15]

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$ (5)

	$-\infty < x < \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} < x < 2$	$2 < x < \infty$
$f'(x)$ ලකුණ	$(-)$	$(+)$	$(-)$
$f(x)$	අඩුවේ (5)	වැඩිවේ (5)	අඩුවේ (5)

හැරුම් ලක්ෂ්‍යය $(\frac{1}{2}, -\frac{1}{3})$ ස්ථානීය අවමයකි (5)

$f''(x) = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{3}{4}$ (5)

	$-\infty < x < -\frac{3}{4}$	$-\frac{3}{4} < x < 2$
$f''(x)$ ලකුණ	$(-)$	$(+)$
අවතලතාව	යටි අවතල (5)	උඩු අවතල (5)

නත්‍යවර්තන ලක්ෂ්‍යය $(-\frac{3}{4}, \frac{93}{121})$ (5)

$$\lim_{x \to \pm\infty} \frac{x(5x-4)}{(x-2)^2} = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{1(5 - 4/x)}{(1 - 2/x)^2} = 5$$

$\therefore$ $y = 5$ තිරස් ස්පර්ශෝන්මුඛයකි. (5)

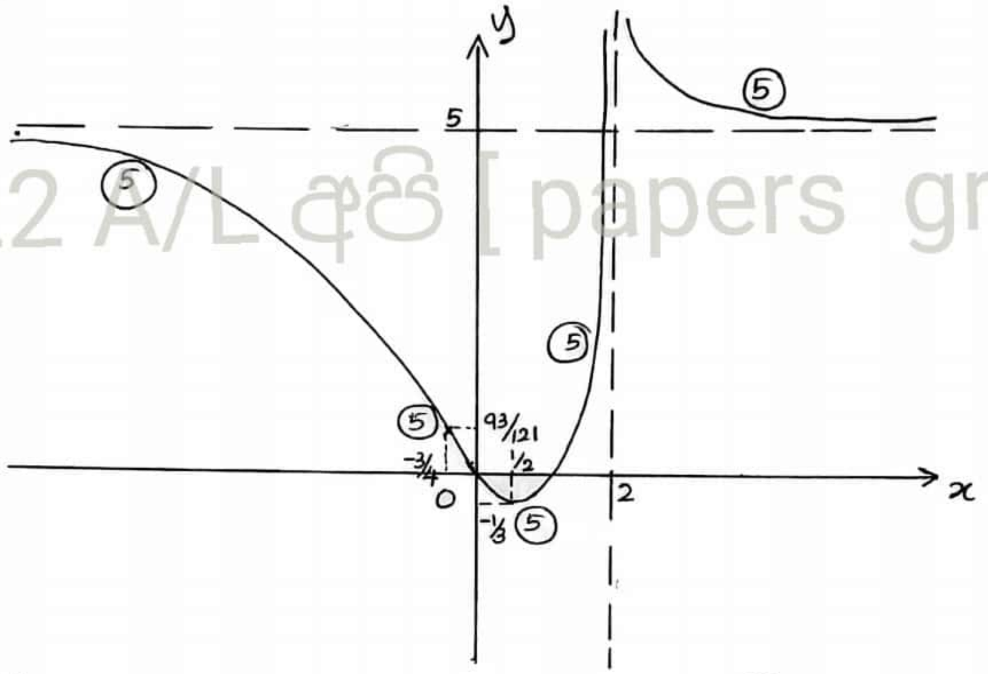
22 A/L අපි [papers grp]

Scanned with CamScanner

$x \longrightarrow 2^-$ විට $f(x) \longrightarrow \infty$

$x \longrightarrow 2^+$ විට $f(x) \longrightarrow \infty$

$x = 2$ සිරස් ස්පර්ශෝන්මුඛයකි. (5)



22 A/L අපි [papers grp]

80

b) පරිමාව $\pi x^2 h + 4\pi x^2 h = 2500\pi$ (5)

$$x^2 h = 500$$

$$h = \frac{500}{x^2} \quad (5)$$

$$C = (2\pi 2xh + 2\pi xh)1000 + \pi[(2x)^2 - x^2] \times 500 \quad (5)$$

$$= 6000\pi xh + 1500\pi x^2$$

$$= 6000\pi \frac{500}{x^2} \cdot x + 1500\pi x^2 \quad (5)$$

$$= \frac{3 \times 10^6 \pi}{x} + 15 \times 10^2 \pi x^2 \quad (5)$$

$$\frac{dC}{dx} = -\frac{3 \times 10^6}{x^2}\pi + 3 \times 10^3 \cdot \pi x \quad (10)$$

$$\frac{dC}{dx} = 0 \Rightarrow x^3 = 1000$$

$$x = 10 \quad (5)$$

$0 < x < 10 \Rightarrow \frac{dC}{dx} < 0$ (5)

$x > 10 \Rightarrow \frac{dC}{dx} > 0$ (5)

$\therefore x = 10$ දී C අවම වේ. (5)

55

Scanned with CamScanner

(15) a) $\dfrac{3x-2}{x^2(x-1)} = \dfrac{A}{x} + \dfrac{B}{x^2} + \dfrac{C}{x-1}$

$3x-2 = Ax(x-1) + B(x-1) + Cx^2$

$x^0 \Rightarrow -2 = -B \quad \therefore B = 2$ (5)

$x \Rightarrow 3 = -A + B \quad \therefore A = 2-3 = -1$ (5)

$x^2 \Rightarrow 0 = A + C \quad \therefore C = 1$ (5)

$\dfrac{3x-2}{x^2(x-1)} = \dfrac{-1}{x} + \dfrac{2}{x^2} + \dfrac{1}{x-1}$ [15]

$\therefore \displaystyle\int \frac{3x-2}{x^3-x^2}\,dx = \int \frac{-1}{x}\,dx + 2\int \frac{1}{x^2}\,dx + \int \frac{1}{x-1}\,dx$ (5)

$= -\ln|x| - \dfrac{2}{x} + \ln|x-1| + C$ (5)

(5) (5) (5) (5) ; C අභිමත නියතය.

[30]

22 A/L අපි [papers grp]

b) $\displaystyle\int_0^{\pi/2} e^x(\sin x + \cos x)\,dx = I$ ගනිමු.

$u = e^x \Rightarrow \dfrac{du}{dx} = e^x$

$\dfrac{dv}{dx} = (\sin x + \cos x) \Rightarrow v = \int \sin x + \cos x\,dx$

$= -\cos x + \sin x$

$\therefore I = \left[e^x(-\cos x + \sin x)\right]_0^{\pi/2} - \displaystyle\int_0^{\pi/2} (-\cos x + \sin x)e^x\,dx$ (5) (5)

$= (e^{\pi/2} + 1) - J$ —— ① (5)

$J = \displaystyle\int_0^{\pi/2} e^x(-\cos x + \sin x)\,dx$

$= \displaystyle\int_0^{\pi/2} e^x \frac{d}{dx}(-\sin x - \cos x)\,dx$

$J = \left[-e^x(\sin x + \cos x)\right]_0^{\pi/2} + \displaystyle\int_0^{\pi/2} (\sin x + \cos x)e^x\,dx$ (5) (5)

$J = -e^{\pi/2} - 1 + I$ —— ②

① හා ② $\Rightarrow$ $I = e^{\pi/2} + 1 + e^{\pi/2} + 1 - I$ (5) (5)

$I = e^{\pi/2}$

[35]

Scanned with CamScanner

c) i) $\int_0^a \sin x \sin(a-x)\,dx$

$= \frac{1}{2}\int_0^a \cos(a-2x) - \cos a \quad dx$ (5)

$= \frac{1}{2}\left[\frac{\sin(a-2x)}{-2}\right]_0^a - \frac{\cos a}{2}[x]_0^a$ (5) (5)

$= -\frac{1}{4}[-\sin a - \sin a] - \frac{\cos a}{2}.(a-0)$ (5)

$= \frac{1}{2}(\sin a - a\cos a)$ [20]

22 A/L අපි [papers grp]

ii) $f(x) + f(a-x) = b$

$\int_0^a f(x) + f(a-x)\,dx = \int_0^a b\,dx$ (10)

$\int_0^a f(x)\,dx + \int_0^a f(a-x)dx = b[x]_0^a$ (5)

$\int_0^a f(x)\,dx + \int_0^a f(x)\,dx = ab$ (5)

$2\int_0^a f(x)\,dx = ab$ (5) [25]

$\int_0^a f(x)\,dx = \frac{ab}{2}$

iii) $f(x) + f(a-x) = b$

$\sin x \sin(a-x)\left[f(x) + f(a-x)\right] = b\sin x \sin(a-x)$ (5)

$\int_0^a \sin x \sin(a-x) f(x)dx + \int_0^a \sin x \sin(a-x) f(a-x)\,dx$ (5)

$= b\int_0^a \sin x \sin(a-x)\,dx$ (5)

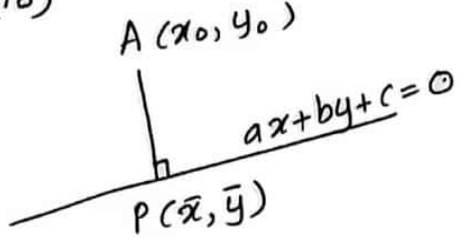
$2\int_0^a \sin x \sin(a-x) f(x)\,dx = \frac{b}{2}(\sin a - a\cos a)$ (5) (5)

$\therefore \int_0^a \sin x \sin(a-x) f(x)\,dx = \frac{b}{4}(\sin a - a\cos a)$ (5)

[30]

Scanned with CamScanner

(16)



$$\frac{\bar{y}-y_0}{\bar{x}-x_0} = \frac{b}{a}$$ (5)

$$\frac{\bar{y}-y_0}{b} = \frac{\bar{x}-x_0}{a} = t$$ ගනිමු (5)

$$\bar{y} = y_0 + bt, \quad \bar{x} = x_0 + at$$

22 A/L අපි [papers grp]

P, $ax+by+c=0$ මත.

$$a(x_0+at)+b(y_0+bt)+c=0$$ (5)

$$t(a^2+b^2) = -(ax_0+by_0+c)$$

$$t = -\frac{(ax_0+by_0+c)}{a^2+b^2}$$ (5)

$$AP^2 = (y_0+bt-y_0)^2 + (x_0+at-x_0)^2$$

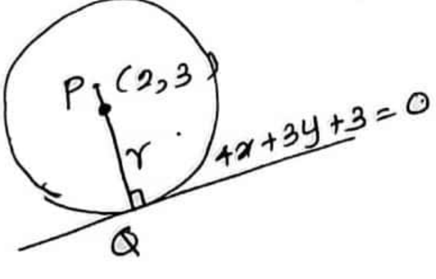
$$= b^2t^2 + a^2t^2$$

$$= t^2(a^2+b^2)$$ (5)

$$AP = |t|\sqrt{a^2+b^2}$$

$$= \frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$ (5)

[30]



$$PQ = \frac{|4.2+3.3+3|}{\sqrt{4^2+3^2}}$$ (5)

$$= \frac{|8+9+3|}{5} = 4$$ (5)

[10]

(2,3) කේන්ද්‍ර වූ වෘත්තය

$S: x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$ ගනිමු.

$-g=2 \Rightarrow g=-2$ (5)

$-f=3 \Rightarrow f=-3$ (5)

$r^2 = g^2+f^2-c$

$16 = 4+9-c$

$c = 3$. (5)

$x^2+y^2-\frac{12}{5}x-\frac{6}{5}y-\frac{23}{5}=0$

22 A/L අපි [papers grp]

ස්පර්ශ රේඛාව:

$xx_0+yy_0+g(x+x_0)+f(y+y_0)+c=0$

$x(-4/3)+y(7/9)-\frac{6}{5}(x-4/3)-\frac{3}{5}(y+7/9)+\frac{23}{5}=0$ (5)

$\frac{-4x}{3}+\frac{7y}{9}-\frac{6x}{5}+\frac{3y}{5}+\frac{8}{5}-\frac{21}{45}-\frac{23}{5}$

$-60x+35y-54x-27y+72-21-207=0$

$-114x+8y-156=0$

$57x-4y+78=0$ (5)

අදාළ වෘත්තයේ සමී. $x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$ ගනිමු.

$2(g_1g_2+f_1f_2)=c_1+c_2$

$2\left(g\times(-2)+f(-3)\right)=-3+c$ (5)

$-4g-6f=-3+c$

$4g+6f+c=3$ (5) ——— (1)

$2\left(-\frac{6}{5}g-\frac{3}{5}f\right)=-\frac{23}{5}+c$ (5)

$-12g-6f=-23+5c$

$12g+6f+5c=23$ (5) ——— (2)

වෘත්තය B හරහා යන බැවින්

$\frac{16}{9}+\frac{49}{81}+2g\left(-\frac{4}{3}\right)+2f\left(\frac{7}{9}\right)+c=0$ (5)

$144+49-216g+126f+81c=0$

$193-216g+126f+81c=0$

$216g-126f-81c=193$ (5) ——— (3)

(45)

වෘත්තයට ← (5)

(17) a) $\cot(\theta + \pi/12) - \tan(\theta - \pi/12)$

$$= \frac{\cos(\theta+\pi/12)}{\sin(\theta+\pi/12)} - \frac{\sin(\theta-\pi/12)}{\cos(\theta-\pi/12)} \quad (5)$$

$$= \frac{\cos(\theta+\pi/12)\cos(\theta-\pi/12) - \sin(\theta-\pi/12)\sin(\theta+\pi/12)}{\sin(\theta+\pi/12)\cos(\theta-\pi/12)} \quad (5)$$

$$= \frac{2\cos 2\theta \ (5)}{\sin 2\theta + \sin \pi/6} \quad (5)$$

$$= \frac{4\cos 2\theta}{2\sin 2\theta + 1} \quad (5)$$

[25]

$\theta = 0$ යෙදීමෙන් (5)

$$\cot(\pi/12) - \tan(-\pi/12) = \frac{4\cos 0}{1+0} \quad (5)$$

$$\cot(\pi/12) + \frac{1}{\cot(\pi/12)} = 4 \quad (10)$$

$$\cot^2 \pi/12 - 4\cot(\pi/12) + 1 = 0 \quad (10)$$

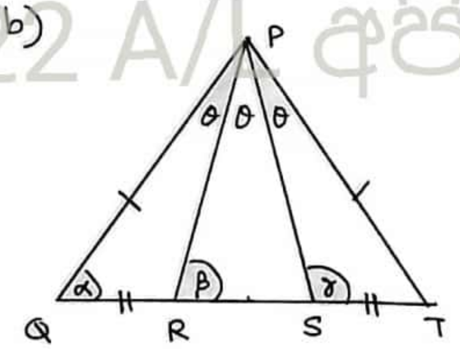
$$\cot(\pi/12) = \frac{4 \pm \sqrt{16-4}}{2} = 2 \pm \sqrt{3}$$

$$\cot \pi/12 > 0 \Rightarrow \cot \pi/12 = 2+\sqrt{3} \quad (5)$$

[35]

22 A/L අපි [papers grp]

b)



PQR Δ ට සයින් නියමයෙන්

$$\frac{PQ}{\sin(\pi-\beta)} = \frac{QR}{\sin\theta} \quad (10)$$

PST Δ ත්

$$\frac{PT}{\sin\gamma} = \frac{ST}{\sin\theta} \quad (10)$$

ST = QR නිසා

$$\frac{PQ}{\sin(\pi-\beta)} = \frac{PT}{\sin\gamma} \quad (10)$$

PQ = PT නිසා $\sin\gamma = \sin\beta$

තවත් $\gamma = \beta + \theta$ (5) $\therefore \sin(\beta+\theta) = \sin\beta$ (5)

$\sin\beta\cos\theta + \cos\beta\sin\theta = \sin\beta$

$\tan\beta\cos\theta + \sin\theta = \tan\beta$

$\tan\beta\,(1-\cos\theta) = \sin\theta$ (5)

$\tan\beta = \dfrac{\sin\theta}{1-\cos\theta}$

[45]

c) $\underbrace{\tan^{-1}(2x+1)}_{\alpha} + \underbrace{\tan^{-1}(2x-1)}_{\beta} = \underbrace{\tan^{-1}2}_{\gamma}$

$(\alpha+\beta = \gamma$ (5)

$\tan(\alpha+\beta) = \tan\gamma$ (5)

$\dfrac{\tan\alpha + \tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta} = 2$ (5)

$\dfrac{2x+1+2x-1}{1-(2x+1)(2x-1)} = 2$ (5)

$4x = 2\left[1-4x^2+1\right]$

$4x^2+2x-2 = 0$

$2x^2+x-1 = 0$

$(2x-1)(x+1) = 0$ (5)

$x = \frac{1}{2}$ හෝ $x = -1$

(5)

$x=-1$ විට $\tan^{-1}(2x-1)<0$ ද $\tan^{-1}(2x-1)<0$ ද වේ. මෙය විය නොහැක. (5)

$x = \frac{1}{2}$ විට $\tan^{-1}(2x+1) = \tan^{-1}2$

$\tan^{-1}(2x-1) = 0$ (5)

$\therefore\ x = \frac{1}{2}$ පමණක් විසඳුම වේ.

(5)

[45]

22 A/L අපි [papers grp]

Scanned with CamScanner

10. එක්තරා කර්මාන්තශාලාවක සේවකයින් 100 දෙනෙකු තම නිවසේ සිට සේවා ස්ථානයට ගමන් කිරීමට ගනු ලබන කාලය (මිනිත්තුවලින්) පහත වගුවේ දී ඇත. ඉහත ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යස්ථය හා මාතය සොයන්න.

22 A/L අපි [papers grp]

කාලය	සේවකයින් සංඛ්‍යාව	ස.ස
0 – 10	7	7
10 – 20	33	40
20 – 30	45	85
30 – 40	8	93
40 – 50	7	100

(5)

මාත පන්තිය = 20–30

මධ්‍යස්ථය $= 20 + \frac{10[50-40]}{45}$ (5)

$= 20 + \frac{10 \times 10}{45}$

$= 20 + \frac{20}{9}$

$= \underline{22.22}$ (5)

මාතය $= 20 + \frac{10[12]}{(12+37)}$ (5)

$= 20 + \frac{120}{49}$

$= \underline{24.08}$ (5)

09. A හා B යනු Ω නියදි අවකාශයක සිද්ධි දෙකක් යැයි ගනිමු. සුපුරුදු අංකනයෙන් $P(A^1) = 2/5$, $P(A^1 \cup B^1) = 3/5$ හා $P(B - A) = 1/10$ බව දී ඇත. $P(B^1)$ හා $P(A \cup B)$ සොයන්න. මෙහි A^1 හා B^1 වලින් පිළිවෙලින් A හා B හි අනුපූරක සිද්ධි දැක්වේ.

$p(A^1) = \frac{2}{5}$ $\quad p(A^1 \cup B^1) = \frac{3}{5}$ $\quad p(B \cap A^1) = \frac{1}{10}$

$p(A^1 \cup B^1) = p(A \cap B)^1$

$= 1 - p(A \cap B)$

$p(B) - p(A \cap B) = \frac{1}{10}$

$p(A \cap B) = p(B) - \frac{1}{10}$ (5)

$\frac{3}{5} = 1 - p(B) + \frac{1}{10}$ (5)

$p(B) = \frac{11}{10} - \frac{6}{10}$

$p(B) = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ (5)

$\therefore p(B^1) = \frac{1}{2}$

$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$

$= \frac{3}{5} + \frac{1}{2} - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{10}\right)$

$= \frac{3}{5} + \frac{1}{10}$ (5)

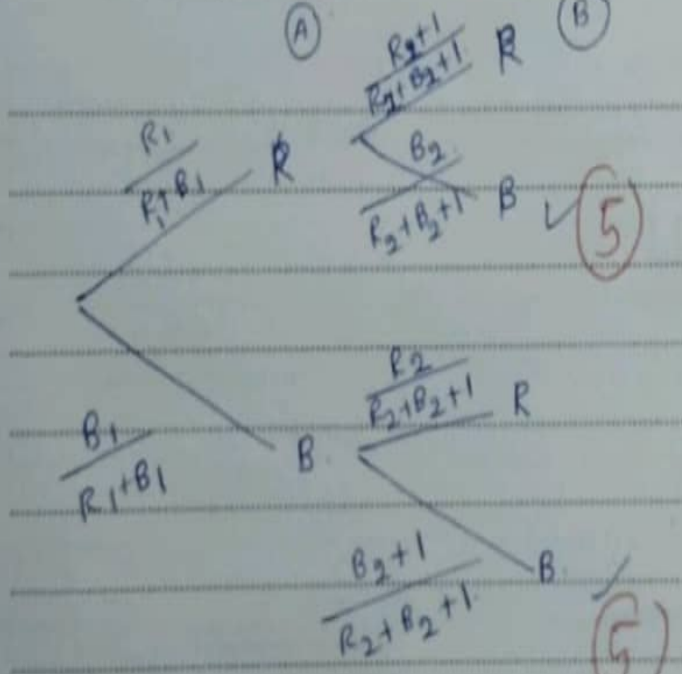
$= \frac{7}{10}$ (5)

25

08. A බෑගයක රතු පාට බෝල R_1 ක් හා කළු පාට බෝල B_1 ද තවත් B බෑගයක රතු පාට බෝල R_2ක් හා කළු පාට බෝල B_2 ක් ඇත. A හා B බෑගවල ඇති බෝල පාටින් හැර අන් සෑම අයුරින් ම සමාන වේ. A බෑගයෙන් සසම්භාවී ලෙස බෝලයක් ඉවතට ගෙන B බෑගය තුළට දමනු ලැබේ. දැන් B බෑගයෙන් සසම්භාවී ලෙස බෝලයක් ඉවතට ගනු ලැබේ.

(i) B බෑගයෙන් ඉවතට ගත් බෝලය කළුපාට එකක් වීම.

(ii) A බෑගයකින් ඉවතට ගත් බෝලය රතු පාට එකක් බව දී ඇති විට, B බෑගයෙන් ඉවතට ගත් බෝලය කළු පාට එකක් වීමේ සම්භාවිතා සොයන්න.



i) $\frac{R_1 B_2}{(R_1+B_1)(R_2+B_2+1)} + \frac{B_1(B_2+1)}{(R_2+B_2+1)(R_1+B_1)}$ (5)

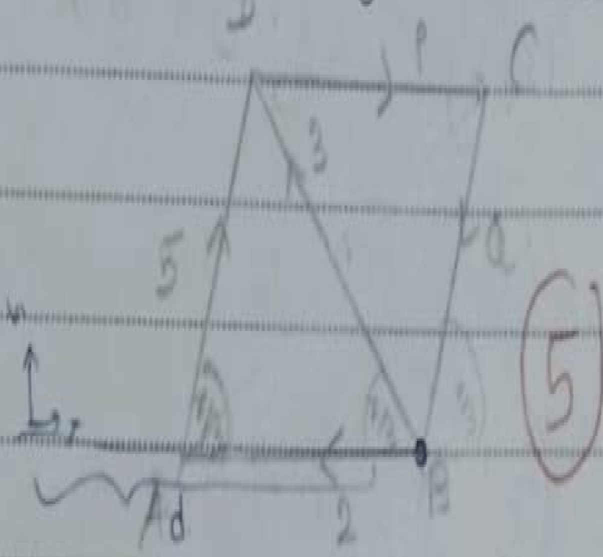
ii) $\dfrac{\frac{R_1(R_2+1)}{(R_1+B_1)(R_2+B_2+1)}}{\frac{R_1B_2+B_1(B_2+1)}{(R_1+B_1)(R_2+B_2+1)}}$ (5) (5)

$= \frac{R_1(R_2+1)}{R_1B_2+B_1(B_2+1)}$

25

22 A/L අපි [papers grp]

07. $ABCD$ යනු $AB = 2m$ හා $B\hat{A}D = \frac{\pi}{3}$ වූ රොම්බසයකි. විශාලත්වය $5N, 2N, 3N, PN$ හා QN වන බල පිළිවෙලින් AD, BA, BD, DC හා CB දිගේ අක්ෂර අනුපිළිවෙලට ක්‍රියා කරයි. සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වය හා ක්‍රියා රේඛාව සෙවීමට ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලියන්න.



$\uparrow Y = 5\sin\frac{\pi}{3} + 3\sin\frac{\pi}{3} - Q\sin\frac{\pi}{3}$

$= (8-Q)\frac{\sqrt{3}}{2}$ (5)

$\rightarrow X = P - 2 + 5\cos\frac{\pi}{3} - Q\cos\frac{\pi}{3} - 3\cos\frac{\pi}{3}$ (5)

$= (P-2) + \frac{5}{2} - \frac{Q}{2} - \frac{3}{2}$

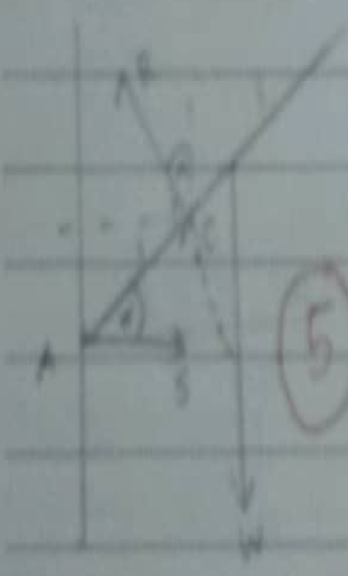
$= (P-1) - \frac{Q}{2}$ (5)

$A\circlearrowleft \quad d \cdot Y = \frac{5\sqrt{3}}{2} \times 2 + \frac{2\sqrt{3}}{2} \times P$ (10)

$Yd = 5\sqrt{3} + \sqrt{3}P$

25

දිග a හා බර W වූ AB ඒකාකාර දණ්ඩක් රූපයේ දක්වා ඇති පරිදි A කෙළවර සුමට සිරස් බිත්තියකට එරෙහිව C හි තබා ඇති සුමට නාදැත්තක් මගින් සමතුලිතතාවයේ තබා ඇත. A හි දී බිත්තිය මගින් ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියාව හා C හිදී ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න. $AC:CB = 1:3$ වන පරිදි C පිහිටා ඇත. දණ්ඩ තිරසට α ආනත වේ. $\alpha = \frac{\pi}{4}$ බව ද පෙන්වන්න.



(5)

දණ්ඩ සඳහා ↑ සමතුලිතතාවයට ↑; $R\cos\alpha = W$

$R = \frac{W}{\cos\alpha}$ (5)

A වටා ඝූර්ණ ගැනීම,

$A \circlearrowleft$

$W \cdot \frac{a}{2}\cos\alpha = R \cdot \frac{a}{4}$ (5)

$\frac{W}{2}\cos\alpha = \frac{W}{4\cos\alpha}$

$2\cos^2\alpha = 1$ (5)

$\cos^2\alpha = \frac{1}{2}$ $\left(0 < \alpha < \frac{\pi}{2}\right)$

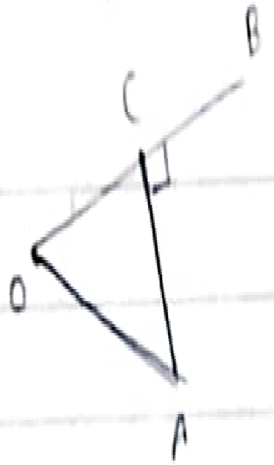
$\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$ (5)

$\therefore \alpha = \frac{\pi}{4}$ //

25

22 A/L ඇපි [papers grp]

05. සුපුරුදු අංකනයෙන් O අචල මූලයක් අනුබද්ධයෙන් A හා B ලක්ෂ්‍ය දෙකක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $2\underline{i}$ හා $2\underline{i}-\underline{j}$ යැයි ගනිමු. C යනු OB මත $A\hat{C}B = \frac{\pi}{2}$ වන පරිදි ලක්ෂ්‍යයකි. $\overrightarrow{OC}$ දෛශිකය $\underline{i}$ හා $\underline{j}$ ඇසුරෙන් ලියන්න.



$\overrightarrow{OC} = \alpha i + \beta j$ නම්, $\overrightarrow{OA} = 2\underline{i}$ $\quad \overrightarrow{OB} = 2\underline{i} - \underline{j}$

$\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$ (5)

$\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$

$(2\underline{i} - \underline{j}) \cdot [(\alpha - 2)\underline{i} + \beta \underline{j}] = 0$ (5)

$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OC}$

$= -2\underline{i} + \alpha\underline{i} + \beta\underline{j}$

$= (\alpha - 2)\underline{i} + \beta\underline{j}$ (5)

$2(\alpha - 2) - \beta = 0$

$2\alpha - 4 - \beta = 0$

$2\alpha - \beta = 4$

$\overrightarrow{OC} = \lambda \overrightarrow{OB}$

$\alpha\underline{i} + \beta\underline{j} = 2\lambda\underline{i} - \lambda\underline{j}$ (5)

$\alpha = 2\lambda \qquad \beta = (-\lambda)$

$2(2\lambda) - (-\lambda) = 4$ (5)

$4\lambda + \lambda = 4$

$5\lambda = 4$

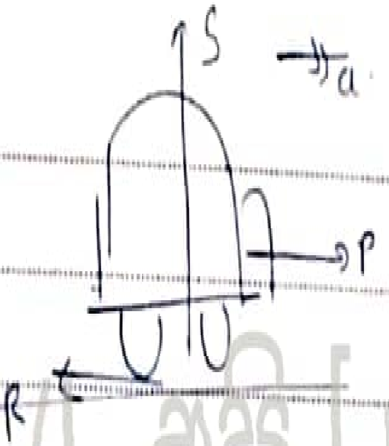
$\lambda = \frac{4}{5}$

$\overrightarrow{OC} = \frac{4}{5}(2\underline{i} - \underline{j})$ //

25

06. දිග a හා බර w වූ AB ඒකාකාර දණ්ඩක් රළු ... ඇති පරිදි A කෙළවර සුමට සිරස්

04. ස්කන්ධය Mkg වූ කාරයක්, විශාලත්වය RN වූ නියත ප්‍රතිරෝධයකට එරෙහිව සෘජු තිරස් මාර්ගයක ධාවනය වේ. කාරයේ එන්ජිම λkw ජවයකින් ක්‍රියා කරමින් කාරය Vms^{-1} ප්‍රවේගයෙන් ධාවනය වන විට එහි ත්වරණය සොයන්න.



$\rightarrow F = ma$

$P - R = M(a)$ (5)

$P = R + Ma$

22 A/L ඇපි [papers grp]

$H = PV$

(5) $1000\lambda = PV$

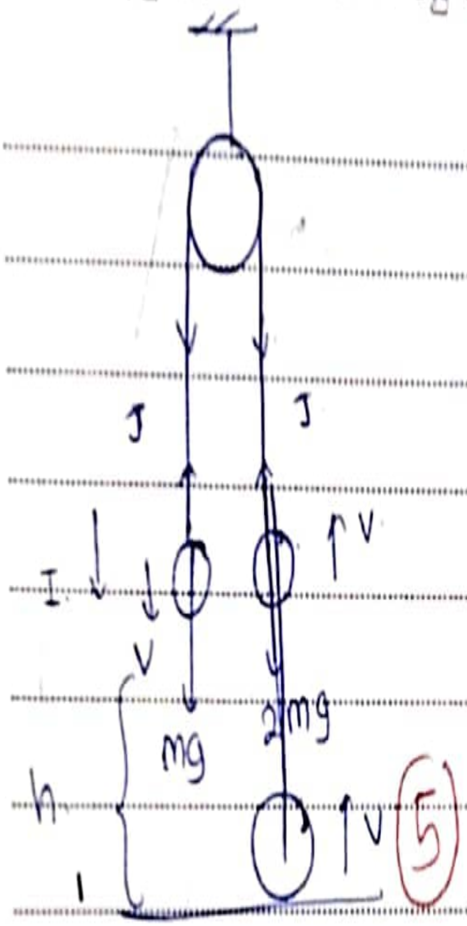
$\frac{1000\lambda}{V} = P$ (5)

$\frac{1000\lambda}{V} = R + Ma$ (5)

$\left(\frac{1000\lambda}{V} - R\right)\frac{1}{M} = a$ // (5)

25

03. එක එකක ස්කන්ධය m හා $2m$ වූ A හා B අංශු දෙකක්, අචල සුමට කප්පියක් මතින් යන සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක දෙකෙළවරට ඈඳා. A අංශුව තිරස් ගෙබිමක සිට h උසකින් ඇතිව ද B අංශුව ගෙබිම ස්පර්ශ කරමින් ද සමතුලිතතාවයේ පිහිටා ඇත. දැන් A මතට I ආවේගයක් පහළට දෙනු ලැබේ. ආවේගයට පසු ගෝලවල ප්‍රවේග හා තන්තුවේ ආවේගී ආතතිය සොයන්න.



(m) ↓ $I = \Delta mv$

$I = mv - 0$

$I - J = mv$ — ① (5)

(2m) ↑ $I = \Delta mv$

$J = 2mv$ — ② (5)

① + ②

$I = 3mv$

$v = \frac{I}{3m}$ // (5)

$J = 2m \times \frac{I}{3m}$

$J = \frac{2I}{3}$ // (5)

25

22 A/L අපි [papers grp]

01. A හා B සමාන m ස්කන්ධ දෙකක් සරල රේඛීයව ප්‍රතිවිරුද්ධ දිශාවලට eu හා e^2u වේගවලින් ගමන්කර ගැටේ. A හා B ගැටුමට පසු ප්‍රවේග සොයා චාලක ශක්ති හානිය සොයන්න. ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e වේ.

$\longrightarrow eu$ $\longleftarrow e^2u$ (m) (m) — ගැටුමට පෙර

$\longrightarrow v_1$ $\longrightarrow v_2$ (m) (m) — ගැටුමට පසු

$\rightarrow$ $I = \Delta mv$

$mv_1 + mv_2 = m(eu) - m(e^2u)$ (5)

$v_1 + v_2 = eu - e^2u$

$v_1 + v_2 = eu[1-e]$ (5)

නි.ප.නි $\rightarrow$

$v_2 - v_1 = -e[-e^2u - eu]$ (5)

$v_2 - v_1 = e[e^2u + eu]$

$v_2 - v_1 = e.eu[1+e]$ (5)

$v_2 - v_1 = e^2u(1+e)$

$\Delta E = \frac{1}{2}me^2u^2 + \frac{1}{2}m(e^2u)^2 - \frac{1}{2}m[v_1^2 + v_2^2]$

$= \frac{1}{2}mu^2[e^2 + e^4] - \frac{1}{2}m\left[\frac{(v_1+v_2)^2 + (v_2-v_1)^2}{2}\right]$ (5)

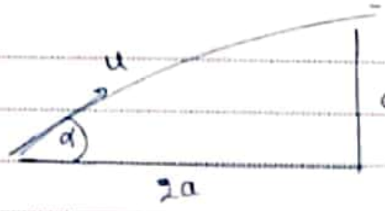
$= \frac{1}{2}mu^2[e^2 + e^4] - \frac{m}{4}[e^2u^2(1-e)^2 + e^4u^2(1+e)^2]$

$= \frac{1}{2}me^2u^2[1+e^2] - \frac{m}{4}e^2u^2[(1-e)^2 + e^2(1+e)^2]$

25

02. තිරස් තලයක O ලක්ෂ්‍යයක සිට අංශුවක් තිරසට α $(0 < \alpha < \frac{\pi}{2})$ කෝණයකින් $u = 2\sqrt{ga}$ ආරම්භක ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේපණය කරන ලදී. අංශුව තිරසට $2a$ දුරකින් ඇති සිරස් a තාප්පයකින් යාන්තමින් යයි නම් $\tan^2\alpha - 4\tan\alpha + 2 = 0$ බව පෙන්වා α සොයන්න.

$(\pi/4 < \alpha < \pi/2)$



$\rightarrow$ $s = ut + \frac{1}{2}at^2$

$2a = u\cos\alpha t + 0$

$t = \frac{2a}{u\cos\alpha}$ (5)

$\uparrow$ $s = ut + \frac{1}{2}at^2$

$a = u\sin\alpha t - \frac{1}{2}gt^2$ (5)

$a = u\sin\alpha \cdot \frac{2a}{u\cos\alpha} - \frac{1}{2}g\frac{4a^2}{u^2\cos^2\alpha}$

$a = 2a\tan\alpha - \frac{2a^2g}{4ga\cos^2\alpha}$ (5)

$1 = 2\tan\alpha - \frac{\sec^2\alpha}{2}$

$2 = 4\tan\alpha - (1 + \tan^2\alpha)$ (5)

$1 + \tan^2\alpha - 4\tan\alpha + 2 = 0$

$\tan^2\alpha - 4\tan\alpha + 3 = 0$

$(\tan\alpha - 3)(\tan\alpha - 1) = 0$

$\tan\alpha = 3$ $\tan\alpha = 1$

$\alpha = \tan^{-1}(3)$ $\alpha = \tan^{-1}(1)$

$\alpha = \frac{\pi}{4}$

කට්ට

$\alpha = \tan^{-1}(3)$

(5)

22 A/L අපි [papers grp]

25

No : __________ Date : ___/___/___

(ii) $p(A_1 \cap C) = p(A_1)p(C/A_1)$ ണ් 1

$p(C) = p(A_1)p(C/A_1) + p(A_2)p(C/A_2)$ ව.

$$p(A_1/C) = \frac{p(A_1)p(C/A_1)}{p(A_1)p(C/A_1) + p(A_2)p(C/A_2)}$$

22 A/L අපි [papers grp]

ලකුණු පරාසය	f_i	x_i	$d_i = \frac{x_i - A}{C}$	$f_i d_i$	$f_i d_i^2$
65-75	3	70	-2	-6	12
75-85	18	80	-1	-18	18
85-95	20	90 A	0	0	0
95-105	14	100	1	14	14
105-115	7	110	2	14	28
	$\Sigma f_i = 62$			4	72

$$\bar{x} = \frac{1}{62} \Sigma f_i x_i -$$

$$= 90.65$$

$$S^2 = 10^2 \left\{ \frac{1}{62} \Sigma f_i d_i^2 - \bar{x}^2 \right\}$$

$$= 4448 \left(5/31 \right)^2$$

$$S = 10.76$$ //

Attse

(17) (a) i) $A \cap B = \phi$ නම් A හා B අන්‍යොන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර සිද්ධි වේ යැයි කියයි.

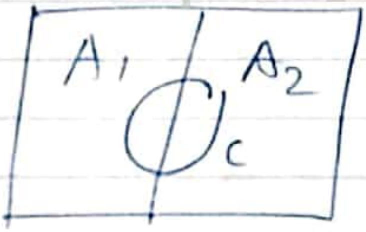
ii) $A \cup B = \Omega$ නම් හා A හා B නිරවශේෂ සිද්ධි වේ.

iii) A දී ඇති විට B හි අසම්භාව්‍ය සම්භාවිතාව $P(B/A)$ ලෙස $P(A)>0$ විට

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$ ලෙස අර්ථදැක්වේ.

22 A/L ඇපි [papers grp]

(b)



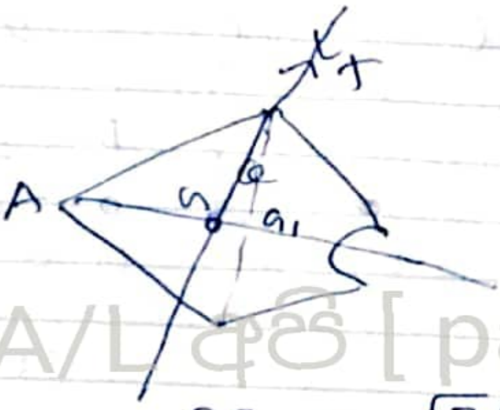
A_1 හා A_2 අන්‍යොන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර හා නිරවශේෂ නම්

$$C = (A_1 \cap C) \cup (A_2 \cap C)$$

$(A_1 \cap C) \cap (A_2 \cap C) = \phi$ බැවින්

$$p(c) = P(A_1 \cap C) + P(A_2 \cap C)$$

$$= P(A_1)P(C/A_1) + P(A_2)P(C/A_2)$$



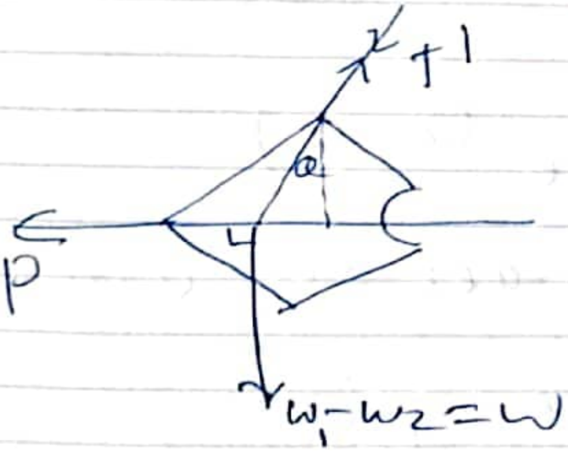
22 A/L ඇති [papers grp]

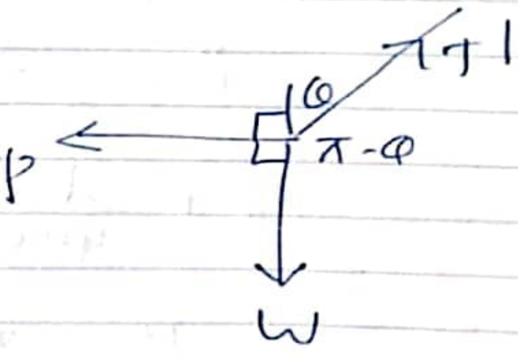
$$GG_1 = \frac{\sqrt{3}a}{2} - AG$$

$$= \frac{\sqrt{3}\pi a - 2a}{2(12\sqrt{3} - \pi)}$$

$$\tan\theta = \frac{GG_1}{a/2}$$

$$= \frac{(\sqrt{3}\pi - 2)}{(12\sqrt{3} - \pi)}$$



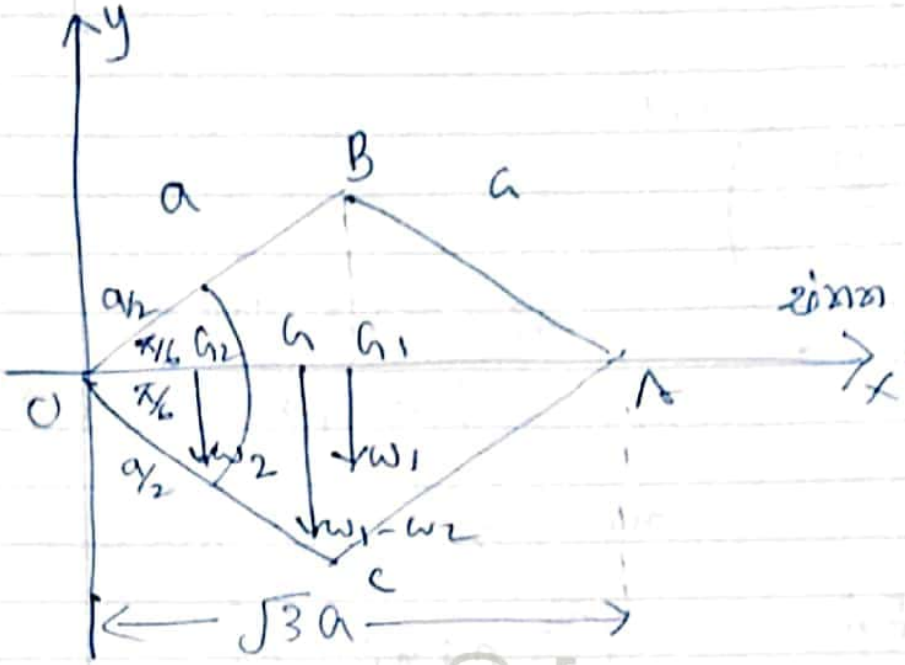


$$\frac{T'}{\sin\pi/2} = \frac{W}{\sin(\pi/2+\theta)} = \frac{P}{\sin(\pi-\theta)}$$

$$\frac{T'}{1} = \frac{W}{\cos\theta} = \frac{P}{\sin\theta}$$

$$P = W\tan\theta \qquad T' = \frac{W}{\cos\theta} //$$

$$= \frac{W(\sqrt{3}\pi - 2)}{(12\sqrt{3} - \pi)}$$



ඒකක වර්ග ඵලයක ස්කන්ධය ρ නම්

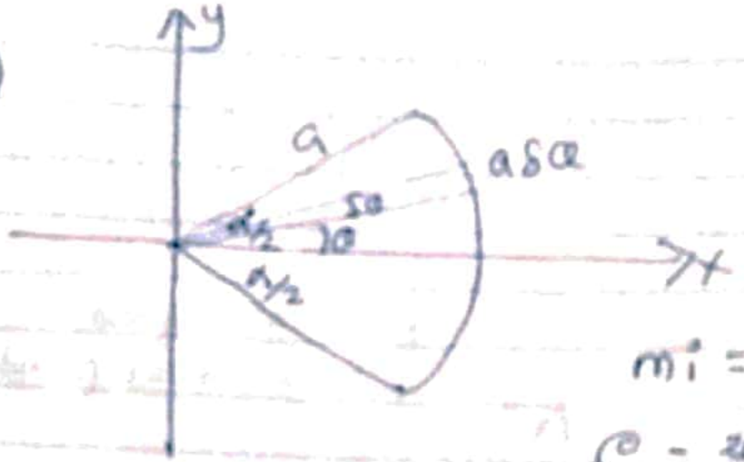
22 A/L අපි [papers grp]

වස්තුව	ස්කන්ධය	ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයට O සිට දුර
	$\frac{1}{2}\left(\frac{a}{2}\right)^2 \frac{\pi}{3}\rho$ $w_2 = \frac{\pi a^2}{24}\rho$	$\frac{4\left(\frac{a}{2}\right)\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)}{3\cdot\frac{\pi}{3}}$ $OG_2 = \frac{a}{\pi}$
	$2 \times \frac{1}{2}(\sqrt{3}a)\left(a\frac{1}{2}\right)\rho$ $w_1 = \frac{\sqrt{3}a\rho}{2}$	$OG_1 = \frac{\sqrt{3}a}{2}$
	$w_2 - w_1$	OG

$$OG = \frac{w_1 OG_1 - w_2 OG_2}{w_1 - w_2} = ~~19 - \sqrt{3}\pi~~$$

$$A \text{ සිට දුර} = \sqrt{3}a - OG = \left(\frac{19 - \sqrt{3}\pi}{12\sqrt{3} - \pi}\right)a$$

(16)



$m_i = \frac{1}{2}(a)(a\delta\theta)\rho$

ρ - කුඩා නිසා ආසන්නයෙන්

$x_i = \frac{2}{3} a \cos\theta$

[illegible]

$$\bar{x} = \int_{-\alpha/2}^{\alpha/2} m_i x_i \Bigg/ \int_{-\alpha/2}^{\alpha/2} m_i$$

22 A/L අපි [papers grp]

$$= \frac{\int_{-\alpha/2}^{\alpha/2} \frac{1}{2} a^2 \rho \times \frac{2}{3} a \cos\theta \, d\theta}{\int_{-\alpha/2}^{\alpha/2} \frac{1}{2} a^2 \rho \, d\theta}$$

$$= \frac{2a}{3} \frac{[\sin\theta]_{-\alpha/2}^{\alpha/2}}{[\theta]_{-\alpha/2}^{\alpha/2}}$$

$$= \frac{2a}{3} \frac{\sin(\alpha/2) - \sin(-\alpha/2)}{\alpha/2 - (-\alpha/2)}$$

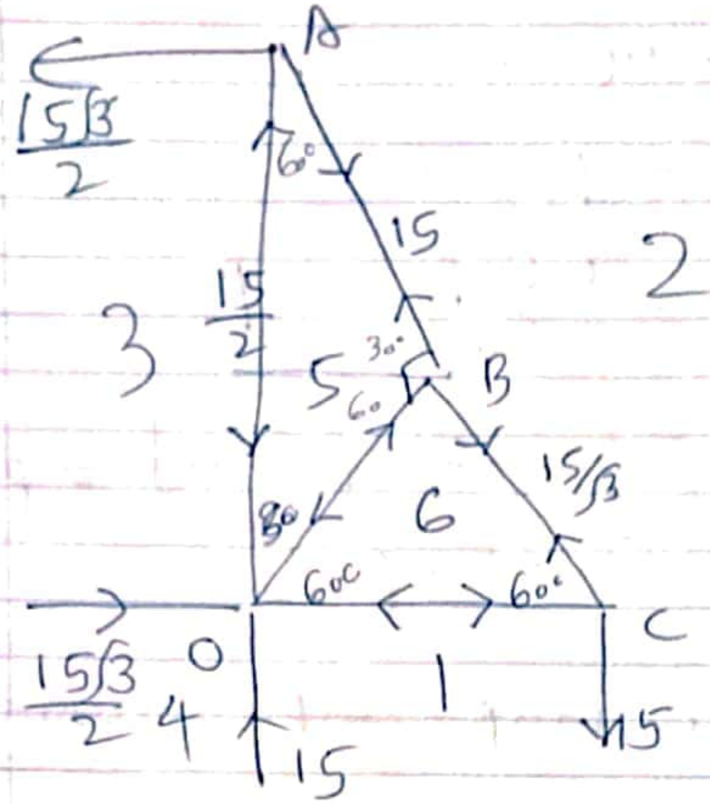
$$= \frac{2a \sin \alpha/2}{3 \ \alpha/2}$$

$$= \frac{4a \sin \alpha/2}{3 \alpha}$$

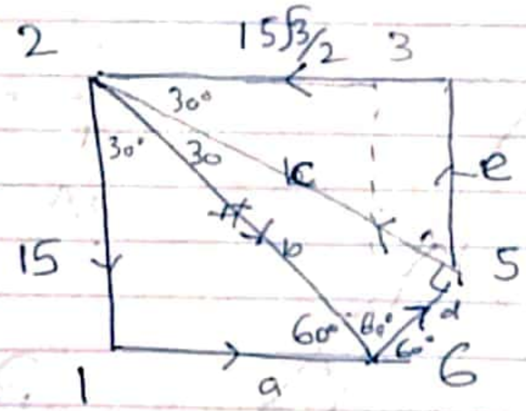
සමමිතිකතාවයෙන් $\bar{y} = 0$ වේ.

22 A/L අපි [papers grp]

OC	තෙරපුම	$15/\sqrt{3}$
BC	ආතතිය	$30/\sqrt{3}$
AB	ආතතිය	15
BC	ආතතිය	$15/\sqrt{3}$
AC	තෙරපුම	$15/2$



22 A/L අපි [papers grp]



$\frac{15}{a} = \sqrt{3}$

$a = \frac{15}{\sqrt{3}}$

$\frac{15}{b} = \sqrt{3}/2$

$\frac{e}{\frac{15\sqrt{3}}{2}} = 1/\sqrt{3}$

$e = 15/2$

$\frac{c}{b} = \sqrt{3}/2$

$c = \frac{30}{\sqrt{3}} \times \sqrt{3}/2$

$= 15$

$\frac{d}{b} = 1/2$

$d = \frac{30}{\sqrt{3}} \times 1/2$

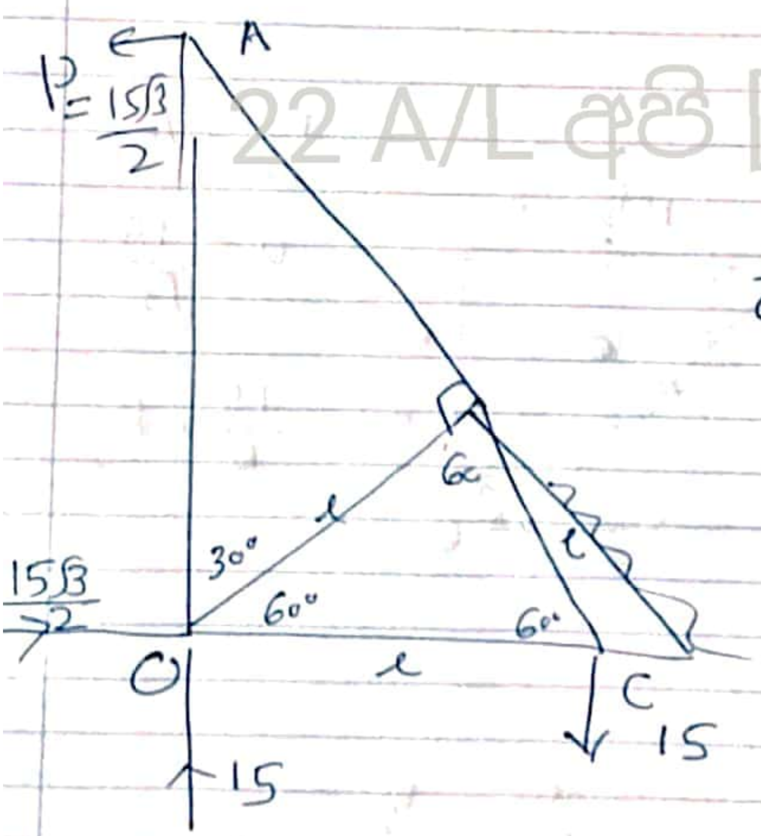
ABC කොටස සලකා.

$\longrightarrow \quad X = P + X_1$

$$\frac{W}{2}\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} - \frac{W\cos\beta}{\sin\beta} = P$$

$$\frac{W}{2}\left[\frac{\cos\alpha\sin\beta - 2\cos\beta\sin\alpha}{\sin\alpha\sin\beta}\right] = P$$

$$P = \frac{W}{2}\left[\cos\alpha\sin\beta - 2\cos\beta\sin\alpha\right]\operatorname{cosec}\alpha\operatorname{cosec}\beta$$



22 A/L අපි [papers grp]

$$\frac{l}{OA} = \cos 30^\circ$$

$$OA = \frac{l}{\sqrt{3}/2} = \frac{2l}{\sqrt{3}}$$

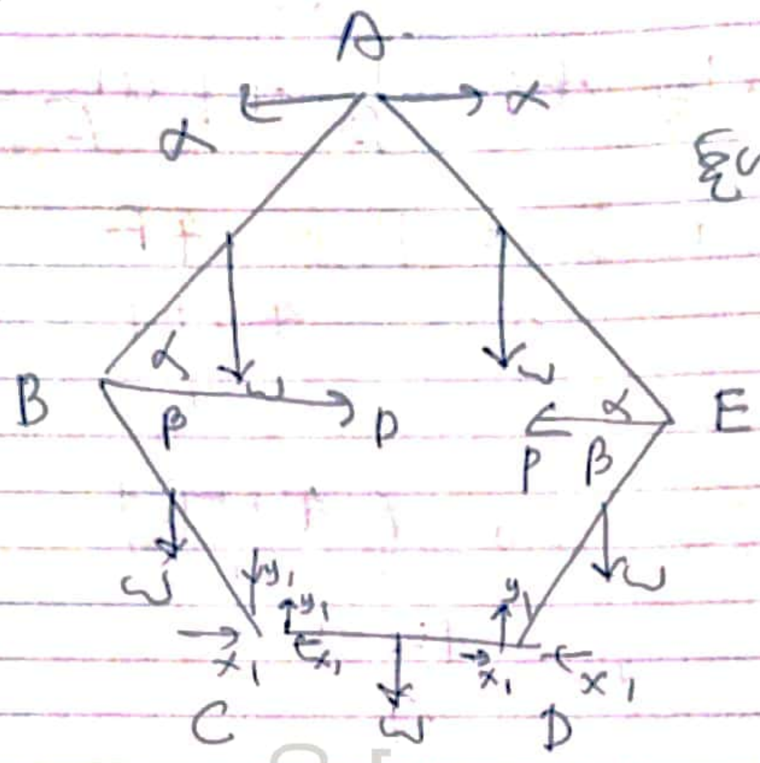
O ↺,

$$15 \times l = P\left(\frac{2l}{\sqrt{3}}\right)$$

$$\frac{15\sqrt{3}}{2} = P$$

No .... Date: ..../..../....

(15)



ඩිග ලබ.

22 A/L අපි [papers grp]

AB සමතුලිත

$\overset{\frown}{B}$ $wa\cos\alpha = X\,2a\sin\alpha$

$X = \frac{w}{2}\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$

CD $\uparrow$ $2y_1 = w$

$y_1 = w/2$

(BC) $\curvearrowright$

$w\,a\cos\beta + y_1\,2a\cos\beta = x_1\,2a\sin\beta$

$w\,a\cos\beta + 2a\cos\beta\left(\frac{w}{2}\right) = 2x_1 a\sin\beta$

$\frac{2w\cos\beta}{2\sin\beta} = X_1$

Atlas

No .... Date ..../..../....

$\uparrow \; S + R = 2w$ —— (1)

$\overset{\frown}{A}$ $w a \frac{1}{\sqrt{2}} + w 3a \frac{1}{\sqrt{2}} + P a \frac{1}{\sqrt{2}} = R 4a \frac{1}{\sqrt{2}}$

$w + 3w + P = 4R$

$R = \frac{4w + P}{4}$

(1) ພ $S = 2w - \left(\frac{4w+P}{4}\right)$

$= \frac{4w - P}{4}$

22 A/L අපි [papers grp]

AB දණ්ඩ සලකා

$\overset{\frown}{B}$ $w a \frac{1}{\sqrt{2}} + F_1 2a \frac{1}{\sqrt{2}} = S 2a \frac{1}{\sqrt{2}}$

$w + 2F_1 = 2S$

$2F_1 = 2\left(\frac{4w - P}{4_2}\right) - w$

$= \frac{4w - P - 2w}{2}$

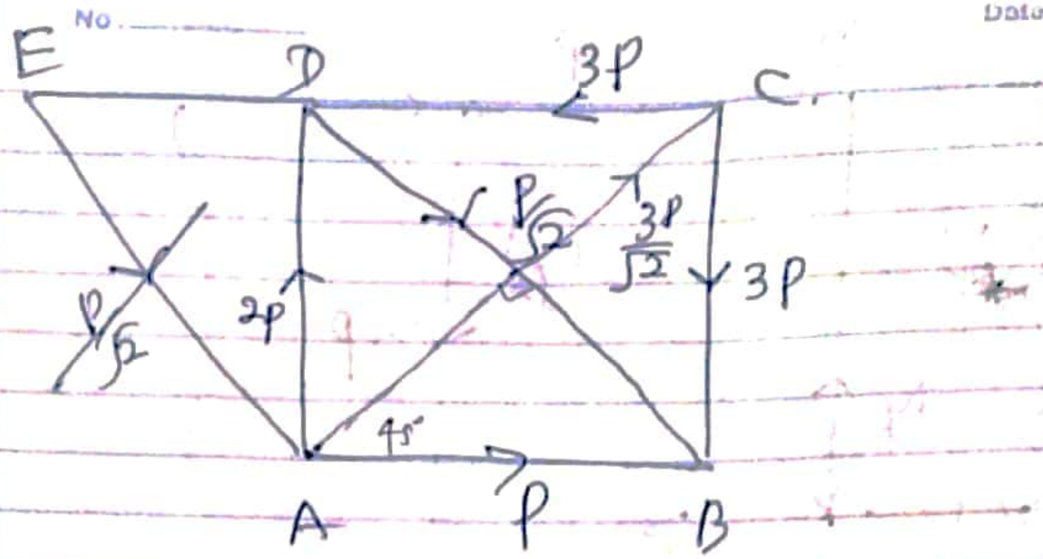
$= \frac{2w - P}{4}$

$F_1 - P = F_2$

$\frac{2w - P}{4} - P = F_2$ $\qquad \frac{F_1}{S}$

$\frac{2w - 5P}{4} = F_2$ $\qquad F_2/R$

No .... Date ....



තව පද්ධතියේ R = 0 වේ.

$\overset{\frown}{A}$ $3p \times a - 3p \times a + \frac{p}{\sqrt{2}}\left(a\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

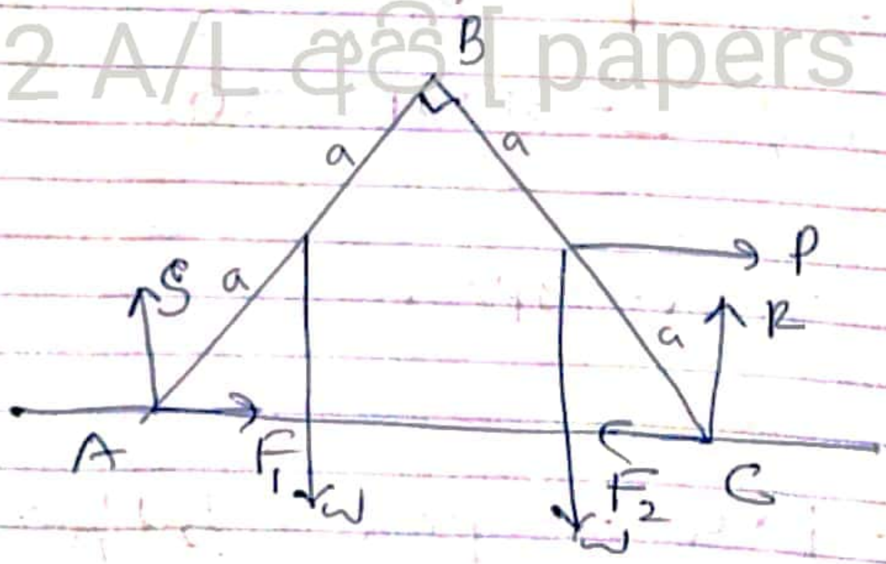
$= \frac{pa}{2}$ Nm

යුග්මයේ DCB අතට ක්‍රියාකරයි

පද්ධ සමතුලිත කිරීමට BCD අතට

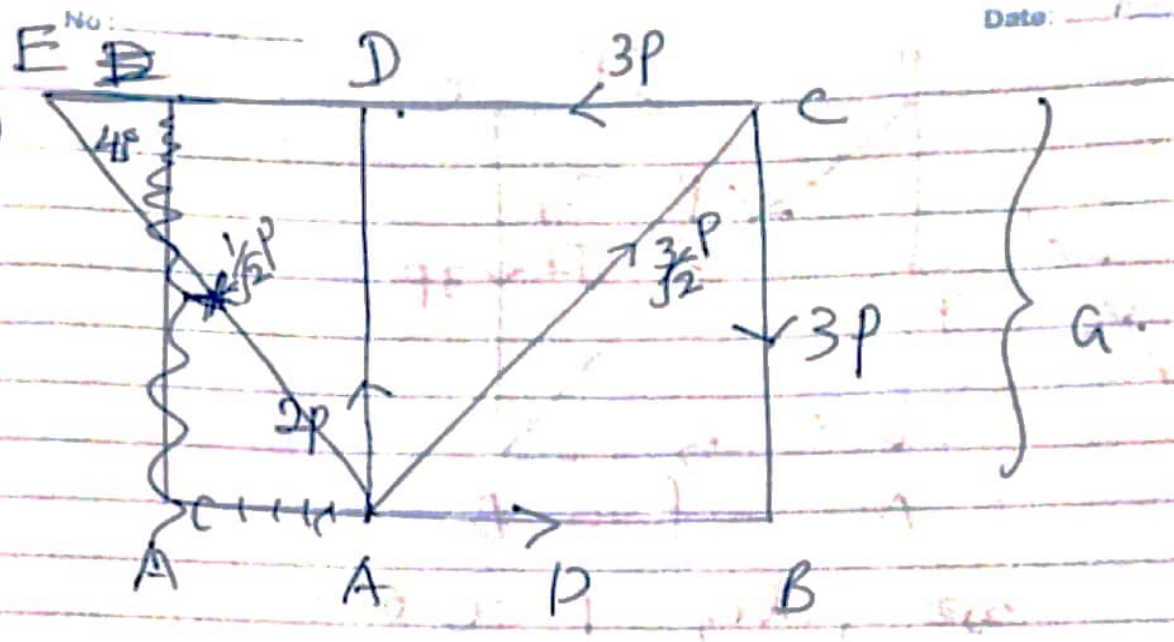
$\frac{pa}{2}$ යුග්මයක් යෙදිය යුතුයි.

22 A/L අභි [papers grp]



$\rightarrow$ $F_1 = F_2 = P$ නම්

(14)



$\rightarrow X = P - 3P + \frac{3}{\sqrt{2}}P\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}P\frac{1}{\sqrt{2}}$

$= -2P + \frac{3P}{2} + \frac{P}{2}$

$= \frac{-4P + 4P}{2} = 0$

$\uparrow Y = 2P - 3P - \frac{1}{\sqrt{2}}P\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{3P}{\sqrt{2}}\frac{1}{\sqrt{2}}$

$= -P - \frac{P}{2} + \frac{3P}{2}$

$= \frac{-3P + 3P}{2} = 0$

$A \curvearrowright \quad 3P \times a - 3P \times a$

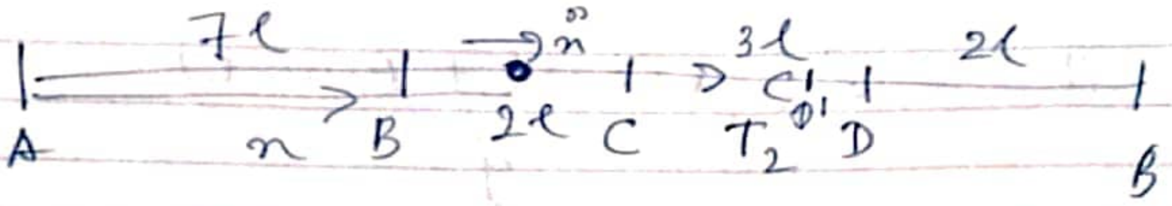
$= 0$

22 A/L අපි [papers grp]

$E \curvearrowright \quad -P \times a + 2P \times a - \frac{1}{\sqrt{2}}P\frac{1}{\sqrt{2}} \times 2a$

$-Pa + 2Pa - Pa = 0$

$E \curvearrowright = 0$ ඈවත්සිය සමතුලිත වේ.



$$T_2 = \frac{\lambda(14l - x - 5l)}{5l}$$

$$= \frac{\lambda(9l - x)}{5l}$$

22 A/L අපි [papers grp]

$\rightarrow$ $F = ma$

$$T_2 = m\ddot{x}$$

$$\frac{\lambda(9l - x)}{5l} = m\ddot{x}$$

$$\ddot{x} + \frac{\lambda}{5ml}(x - 9l) = 0$$

$$\ddot{y} + \frac{\lambda}{5ml} y = 0.$$

$\rightarrow$

$$y = A' \cos\omega'(t - t_0) + B' \sin\omega'(t - t_0)$$

$$\dot{y} = -A'\omega' \sin\omega'(t - t_0) + B'\omega' \cos\omega'(t - t_0)$$

$$\ddot{y} = -\omega'^2 (y)$$

$$\omega' = \sqrt{\frac{\lambda}{5ml}}$$

$A' = 0$

$-3l\omega = B'\omega'$

$B' = -3l\left(\frac{\frac{\lambda}{9ml}}{\frac{\lambda}{5ml}}\right) = \frac{-5l}{3}$

C හි දී ප්‍රවේගය

$y = 0$ විට ~~$t - t_0 = 0$~~

$0 = 3l\cos\omega t$ ~~$A' = 0$~~

$\Rightarrow$ $\omega t = \pi/2$

$t = \frac{\pi}{2\omega}$

$\dot{y} = -3l\omega$

$$\ddot{y} = -\omega^2(\underbrace{A\cos\omega t + B\sin\omega t}_{y})$$

$$\ddot{y} = -\omega^2 y \quad \text{—} \; (4)$$

(1) ≡ (4) සැසඳු,

$$\omega = \sqrt{\frac{\lambda}{9ml}}$$

D හිදී $x = 12l$ හා $t = 0$ (2) ආදේශයෙන්

$$3l = A\cos(0) + B(\sin(0))$$

$$A = 3l$$

22 A/L අපි [paper

D හිදී $\dot{x} = 0$ හා $t = 0$ (3) ට

$$0 = -A\omega(\sin(0)) + B\omega\cos 0$$

$$B\omega = 0$$

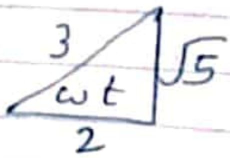
$$B = 0 //$$

එවිට $y = 3l\cos\omega t$ විස්ථාපන කාලය

$\dot{y} = -3l\omega\sin\omega t$ ප්‍රවේග / කාල

$AD' = 11l$ විට

$$y = 11l - 9l$$
$$= 2l$$

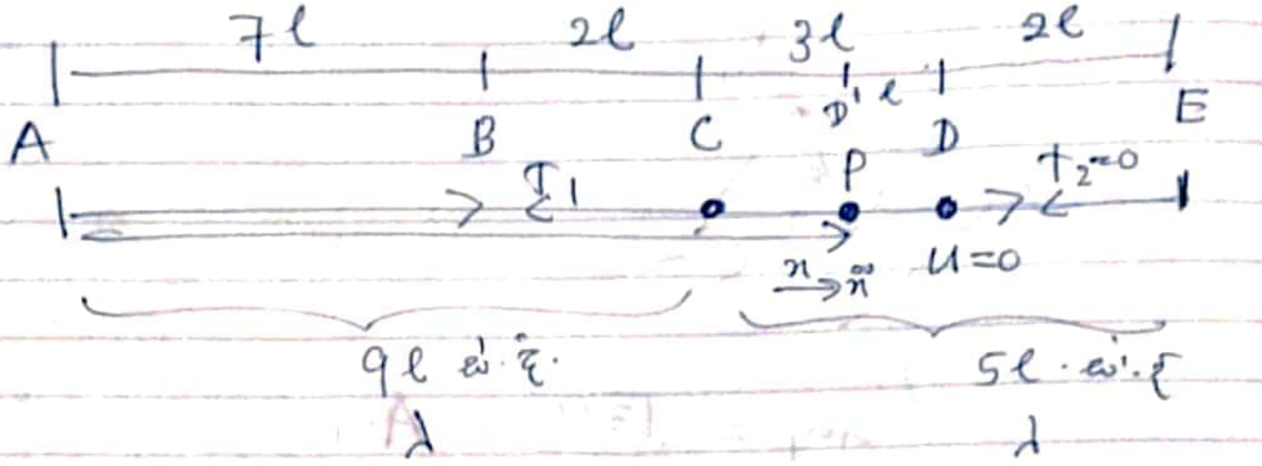


එවිට $2l = 3l\cos\omega t$

$$\cos^{-1}\left(\tfrac{2}{3}\right) = \omega t \implies t_0 = \sqrt{\frac{9ml}{\lambda}}\cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$$

එවිට ප්‍රවේගය $\dot{y} = -3l\omega\left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right) = -\sqrt{5}\,l\omega = -\sqrt{5}\,l\sqrt{\frac{\lambda}{9ml}}$

(13)



$9l \le x \le 12l$ විට

$$T_1 = \frac{\lambda(x-9l)}{9l}$$ ~~$T_2 = \lambda(14l - x -$~~

22 A/L අපි [papers grp]

$\rightarrow$ $F = ma$

$$-T_1 = m\ddot{x}$$

$$\frac{-\lambda(x-9l)}{9l} = m\ddot{x}$$

$$\ddot{x} = \frac{-\lambda}{9ml}(x-9l)$$

$$\ddot{x} + \frac{\lambda}{9ml}(x-9l) = 0$$ වේ.

$y = x - 9l$ ආදේශයෙන්

$$\dot{y} = \dot{x}$$

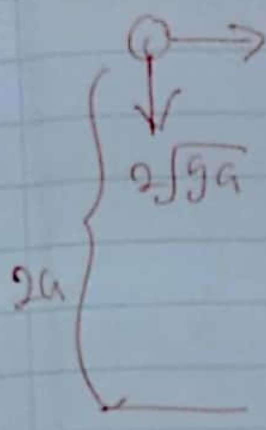
$$\ddot{y} = \ddot{x}$$

$$\ddot{y} + \frac{\lambda}{9ml}y = 0 \quad \text{——} (1)$$

එහි විසඳුම $y = A\cos\omega t + B\sin\omega t$ ආකාරයේ (2)

$$\dot{y} = -A\omega\sin\omega t + B\omega\cos\omega t \quad (3)$$

$$\ddot{y} = -A\omega^2\cos\omega t - B\omega^2\sin\omega t$$



$(1+e)\sqrt{ga}$

$\downarrow \; s = ut + \frac{1}{2}at^2$

$2a = 2\sqrt{ga}\, t_1 + \frac{1}{2} g t_1^{\,2}$

$g t_1^{\,2} + 4\sqrt{ga}\, t_1 - 4a = 0$

$$t_1 = \frac{-4\sqrt{ga} \pm \sqrt{16ga - 4(g)(-4a)}}{2g}$$

$$= \frac{-4\sqrt{ga} \pm 4\sqrt{2}\sqrt{ga}}{2g}$$

$$= \frac{4\sqrt{ga}}{2g}\left(\sqrt{2} - 1\right)$$

$$= 2\sqrt{\frac{a}{g}}\left(\sqrt{2} - 1\right)$$

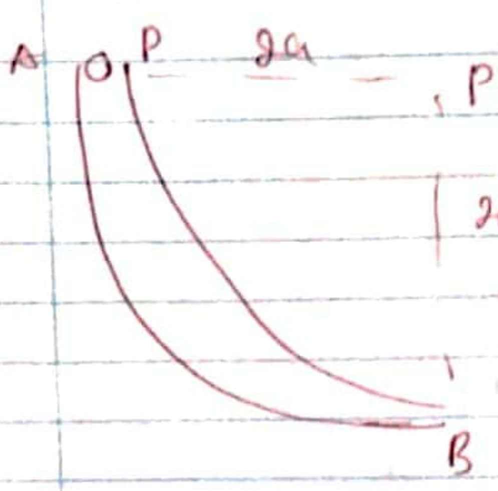
මෙම කාලය තුළ $\rightarrow s = ut$

$$R = (1+e)\sqrt{ga}\left(2\sqrt{\frac{a}{g}}\left(\sqrt{2}-1\right)\right)$$

$$= 2a(1+e)(\sqrt{2}-1) \;//$$

Date: __/__/__

No : ______



, PE = 0

P සඳහා B හිදී ප්‍රවේගය v_1 නම්

$\frac{1}{2}m(0) + mg(0) = \frac{1}{2}mv_1^2 - mg(2a)$

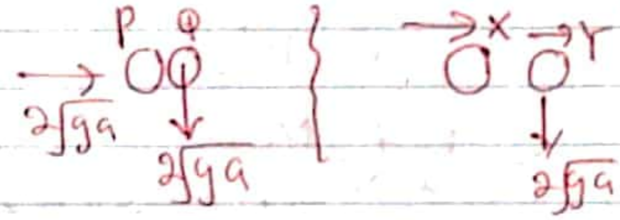
$v_1^2 = 4ga$

$v_1 = 2\sqrt{ga}$

Q සඳහා $\downarrow v^2 = u^2 + 2as$

$v_2^2 = 2g(2a)$

$v_2 = 2\sqrt{ga}$



$\rightarrow$ ගම්‍යතා I = Δmv

$0 = mX + mY - mv_1$

$X + Y = v_1$ —— (1)

$\rightarrow$ නි.ප.නි

$X - Y = -e(v_1)$ —— (2)

(1) + (2) $2X = (1-e)v_1$

$X = \frac{(1-e)}{2} 2\sqrt{ga} = (1-e)\sqrt{ga}$

(1) − (2) $2Y = (1+e)v_2$

$Y = \frac{1+e}{2}\left(2\sqrt{ga}\right) = (1+e)\sqrt{ga}$

22 A/L අපි [papers grp]

$$\frac{AB}{a} = \cos\alpha$$

$$AB = a\cos\alpha$$

(M) ට ↙ $S = ut + \frac{1}{2}at^2$

$$a\cos\alpha = 0 + \frac{1}{2} f t_1^2$$

$$t_1 = \sqrt{\frac{2a\cos\alpha}{f}}$$

තලයට → $S = ut + \frac{1}{2}at^2$

$$= 0 + \frac{1}{2} F t_1^2$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{Mg\sin 2\alpha}{2(m+M\sin^2\alpha)}\right)\left(\frac{2a\cos\alpha}{\frac{(m+M)g\sin\alpha}{(m+M\sin^2\alpha)}}\right)$$

$$= \frac{Mga\cos^2\alpha}{m+M}$$

පද්ධතියට ↓ $(M+m)g - S = m0 + M(f\sin\alpha)$

$$(M+m)g - M\sin\alpha\left(\frac{(m+M)g\sin\alpha}{m+M\sin^2\alpha}\right) = S$$

$$(M+m)g\left[\frac{m+M\sin^2\alpha - M\sin^2\alpha}{m+M\sin^2\alpha}\right] = S$$

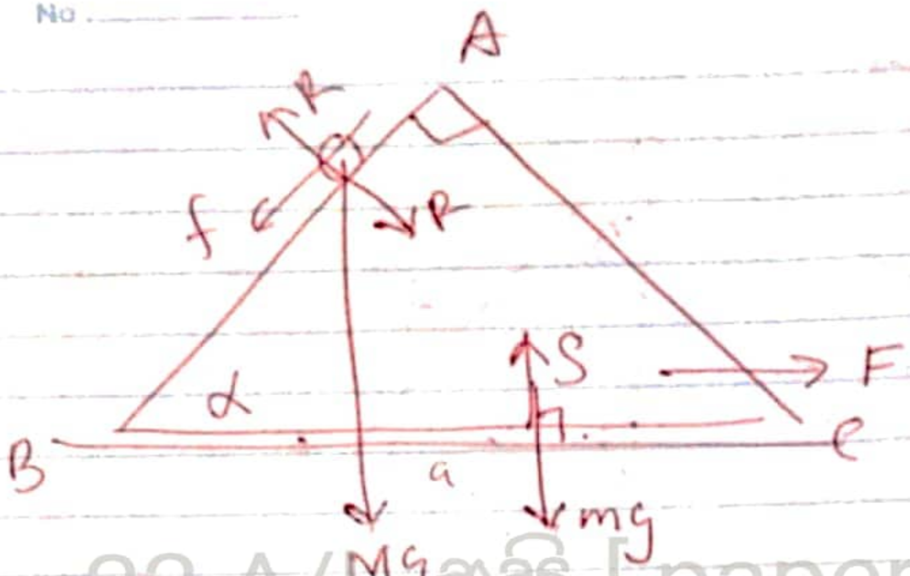
$$\frac{m(M+m)g}{m+M\sin^2\alpha} = S$$

(m) ට → $F = ma$

$$R\sin\alpha = mF$$

$$R = \frac{m}{\sin\alpha}\left(\frac{Mg\sin 2\alpha}{2(m+M\sin^2\alpha)}\right)$$ //

No . ____ Date: __/__/__



22 A/L අපි [papers grp]

(M) ↙ $\cancel{M}g\sin\alpha = \cancel{M}(f - F\cos\alpha)$ — ①

සමස්ත →
$$0 = mF + M(F - f\cos\alpha)$$

$$\frac{Mf\cos\alpha}{m+M} = F \quad — ②$$

① හා ②
$$g\sin\alpha = f - \cos\alpha\left(\frac{Mf\cos\alpha}{m+M}\right)$$

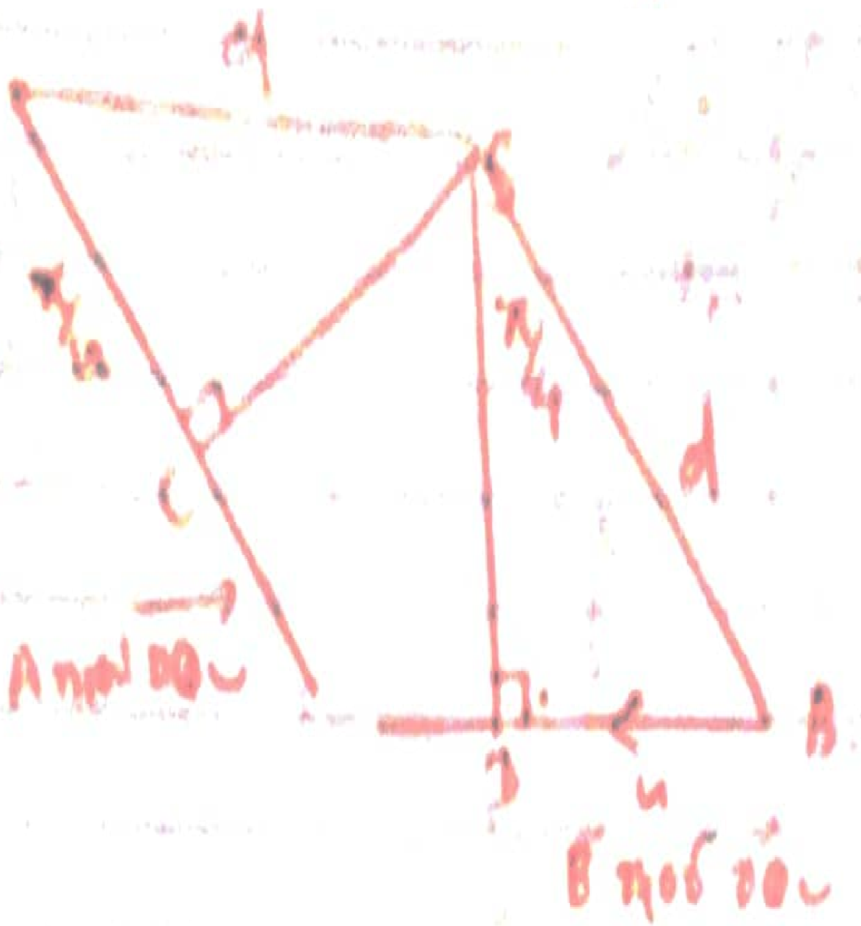
$$\frac{(m+M)g\sin\alpha}{m+M\sin^2\alpha} = f$$

② $$F = \frac{M\cos\alpha}{m+M}\left(\frac{(m+M)g\sin\alpha}{m+M\sin^2\alpha}\right)$$

$$= \frac{\frac{Mg}{2}\sin 2\alpha}{m+M\sin^2\alpha}$$

$$= \frac{Mg\sin 2\alpha}{2(m+M\sin^2\alpha)}$$

Atlas



$$SC = d\cos\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{3}+1)d}{4}$$

$$SD = d\cos\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}d}{2}$$

22 A/L ඇති [papers grp]

No :

$V_{AW} = V_{AS} + V_{SW}$

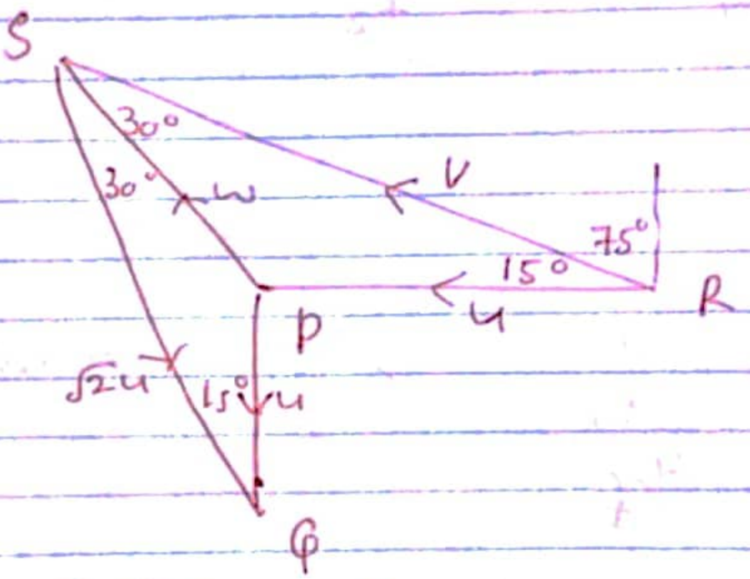
පොළොව – S
ජලය – W
නැව – A

$\downarrow u = \searrow \sqrt{2}u + \lambda w$

$V_{BW} = V_{BS} + V_{SW}$

$\nwarrow v \; (75^\circ) = \leftarrow u + \lambda w$

22 A/L අපි [papers grp]



$$\frac{\sin(\pi/2 + \pi/4)}{v} = \frac{\sin \pi/6}{u}.$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{2}u$$

$$\frac{\sin \pi/12}{w} = \frac{\sin \pi/6}{u}$$

$$\Rightarrow w = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)u}{2}$$