"නැණ සයුර" අධ්‍යාපනික වැඩසටහන-2022
සරසවි පිවිසුම් අත්වැල
උතුරු මැද පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාතර්මේන්තුව

සංයුක්ත ගණිතය - I පත්‍රය

13 ශ්‍රේණිය

කාලය - පැය 03 මිනිත්තු 10

නම : ....

උපදෙස් :

* මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ;
* ***A* කොටස** (ප්‍රශ්න 1-10) සහ *B* **කොටස** (ප්‍රශ්න 11-17)
* ***A* කොටස :**

  සියලු ම ප්‍රශ්න වලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු , සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකි ය.
* ***B* කොටස :**

  ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

(10) සංයුක්ත ගණිතය I		
කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	

I පත්‍රය	
II පත්‍රය	
එකතුව	
අවසාන ලකුණු	

22 A/L අපි [papers group]

අවසාන ලකුණු

ඉලක්කමෙන්	
අකුරින්	

1) ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය භාවිතයෙන් , සියලු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $\sum_{r=1}^{n} \frac{1}{(2r-1)(2r+1)} = \frac{n}{2n+1}$ බව පෙන්වන්න.

22 A/L අපි [papers group]

2) එකම රූප සටහනක $y = |3x+4|$ හා $y = x^2$ හි ප්‍රස්තාරවල දළ සටහන් අඳින්න. **ඒ නයින් හෝ අන් අයුරකින් හෝ** ,$|3x+4| \leq (x-1)^2$ අසමානතාව සපුරාලන x හි සියලුම තාත්වික අගයන් සොයන්න.

3) ආගන්ඩ් සටහනක $|z - 2i| = 1$ සපුරාලන z සංකීර්ණ සංඛ්‍යා නිරූපණය කරන ලක්ෂ්‍යවල පථයෙහි දළ සටහනක් අඳින්න. **ඒ නයින් හෝ අන් අයුරකින් හෝ** , $|z|$ හි අවම අගය හා උපරිම අගයද $\arg(z)$ හි අවම අගය හා උපරිම අගයද සොයන්න.

22 A/L අපි [papers group]

4) $(1 + kx)^6$ හි ප්‍රසාරණයේ k යනු නියතයකි. x^3 හි සංගුණකය , x^2 හි සංගුණකයට වඩා දෙගුණයකින් වැඩිය. k හි අගය සොයන්න.

5) $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{9+x^3}-\sqrt{9-x^3}}{(1-\cos 4x)\left[(x+\sqrt{3})^4-9\right]}=\frac{1}{288\sqrt{3}}$ බව පෙන්වන්න.

22 A/L අපි [papers group]

6) $y=\sqrt{\frac{e^x+e^{-x}}{e^x-e^{-x}}}$, x අක්ෂයෙන් ද $x=\ln\frac{3}{2}$ හා $x=\ln 2$ මගින් ආවෘත වර්ගඵලය x අක්ෂය වටා රේඩියන් 2π වලින් භ්‍රමණය කරනු ලැබේ. මෙලෙස ජනනය වන ඝන වස්තුවේ පරිමාව $\pi\ln\frac{9}{5}$ බව පෙන්වන්න.

7) $t \neq 0$ සඳහා $x = 3t$ හා $y = \frac{3}{t}$ මගින් පරාමිතිකව දෙනු ලබන C වක්‍රයට $\left(3t, \frac{3}{t}\right)$ ලක්ෂ්‍යයේදී වූ අභිලම්බයෙහි සමීකරණය $t^3x - ty + 3 - 3t^4 = 0$ බව පෙන්වන්න. $p \equiv \left(6, \frac{3}{2}\right)$ ලක්ෂ්‍යයෙහි දි C වක්‍රයට ඇඳි අභිලම්බය නැවත $Q \equiv \left(3T, \frac{3}{T}\right)$ ලක්ෂ්‍යයෙහිදි C වක්‍රය හමුවේ නම්, $8T^2 - 15T - 2 = 0$ බව පෙන්වන්න.

22 A/L අපි [papers group]

8) $3x + 4y + 5 = 0$ හා $12x - 5y - 3 = 0$ යන සරල රේඛා දෙක අතර , මූල ලක්ෂ්‍යය හරහා යන කෝණ සමච්ඡේදකයෙහි සමීකරණය සොයන්න.

9) $x - y = 0$ සහ $7x - y = 0$ සරල රේඛා දෙකම ස්පර්ශ වන සේ පළමු වෘත්ත පාදයෙහි පිහිටන අරය ඒකක $2\sqrt{2}$ වන වෘත්තයෙහි සමීකරණය සොයන්න.

22 A/L අපි [papers group]

10) x හි සියලු තාත්වික අගයන් සඳහා , $\cos 4x + 3\sin 2x - 2 = a\, sin^2 2x + b\sin 2x + c$ වන සේ a, b, c නිඛිල සොයන්න. **ඒ නයින්** $\cos 4x + 3\sin 2x = 2$ සමීකරණය විසඳන්න.

B කොටස

11.

a) $k \in \mathbb{R}^+$ විට $f(x) = kx^2 + (k-1)x + 1 - 2k$ යැයි ගනිමු. $f(x) = 0$ සමීකරණයට තාත්වික මූල ඇති බව පෙන්වන්න.

$f(x) = 0$ සමීකරණයේ මූල α හා β නම්, k ඇසුරෙන් $\alpha + \beta$ හා $\alpha\beta$ ලියා දක්වා ,මූල දෙකම ධන වන පරිදි වූ k හි අගයන් සොයන්න.

තවද α^2 හා β^2 මූල වන වර්ගජ සමීකරණය සොයන්න.

$f(x) = 0$ සමීකරණයේ එක් මූලයක් අනෙක් මූලය මෙන් තුන් ගුණයක් වේනම්, එවිට k සඳහා ගත හැකි අගයන් සොයන්න.

b) $g(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 4$ යැයි ගනිමු. මෙහි $a, b, c \in \mathbb{R}$ වේ. $(x^2 - 4)$, $g(x)$ හි සාධක වේනම්, b හි අගය සොයන්න.

$g(x)$, $2x^2 - kx$ මගින් බෙදූ විට ශේෂය $8x - 4k$ වේ. මෙහි $k \in \mathbb{R}$ වේ. k, a හා c හි අගයන් සොයන්න.

තව ද a, b, c මෙම අගයන් ගන්නා විට $g(x)$, ඒකජ සාධක වල ගුණිතයක් ලෙස ලියන්න.

22 A/L අපි [papers group]

12.

a) " $BOOKKEEPER$" යන වචනයේ අකුරු සියල්ලම ගෙන සෑදිය හැකි වෙනස් වචන ගණන කීයද?

ඕනෑම අකුරු 4 ක් තෝරා ගත හැකි නම්, සෑදිය හැකි වෙනස් වචන ගණන සොයන්න.

b) $r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $U_r = \frac{r+4}{r(r+1)(r+2)}$ වේ.

$U_r = 2V_r - V_{r+1}$ වන පරිදි k සොයන්න. මෙහි $V_r = \frac{k}{r(r+1)}$; හා $k \in \mathbb{R}$ වේ.

$\sum_{r=1}^{n} \frac{U_r}{2^{r+1}} = \frac{1}{4} - \frac{1}{2^{n+1}(n+1)(n+2)}$ බව පෙන්වන්න.

$\sum_{r=1}^{\infty} \frac{U_r}{2^{r+1}}$ අපරිමිත ශ්‍රේණිය අභිසාරී බව අපෝහනය කර එහි ඓක්‍ය සොයන්න.

13.

a) $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ a & 0 \\ b & 1 \end{pmatrix}, P = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 2 & c \end{pmatrix}$ යැයි ගනිමු. මෙහි $a, b, c \in \mathbb{R}$ වේ.

A^TB යනු කුටික සමමිතික න්‍යාසයක් නම්, $a = -1$ හා $b = 4$ බව පෙන්වන්න.

B^TAP යනු සමමිතික න්‍යාසයක් නම්, c සොයන්න.

P^{-1} පවතින බව පෙන්වා එය ලියා දක්වන්න.

a, b, c සඳහා මෙම අගයන් සහිතව ,$PD = A^TBP$ වන පරිදි D සොයන්න.

b) $Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 \in \mathbb{C}$ ලෙස ගනිමු.

I. $Z\bar{Z} = |Z|^2$ බව පෙන්වන්න

II. **ඒ නයින්** $|Z_1 + Z_2 + Z_3| = 1$ නම්, $|Z_1| = |Z_2| = |Z_3|$ සහ $\left|\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3}\right| = 1$ බව අපෝහනය කරන්න.

III. $|Z_1 Z_2| = |Z_1||Z_2|$ බව පෙන්වා $\arg(Z_1 Z_2) = \arg(Z_1) + \arg(Z_2)$ බව සාධනය කරන්න.

ඒ නයින් $|Z^2| = |Z|^2$ හා $\arg(Z^2) = 2\arg(Z)$ බව අපෝහනය කරන්න.

c) $z = \cos\theta + i\sin\theta$ නම්,ද මුවාවර් ප්‍රමේයය භාවිතයෙන් z^n හා $\frac{1}{z^n}$ සඳහා ප්‍රකාශන ලියා දක්වන්න. $z^n + \frac{1}{z^n} = 2\cos n\theta$ බව පෙන්වන්න. මෙහි $n \in \mathbb{Z}^+$ වේ.

ඒ නයින් හෝ අන් අයුරකින් හෝ , $\cos 5\theta = 16\cos^5\theta - 20\cos^3\theta + 5\cos\theta$ බව පෙන්වන්න.

$\cos 5\theta = 0$ සමීකරණයේ මූල සලකා $4\cos\frac{\pi}{10}\cos\frac{3\pi}{10} = \sqrt{5}$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින් $\cos\frac{\pi}{10} = \frac{\sqrt{5+\sqrt{5}}}{8}$ බව පෙන්වන්න.

22 A/L අපි [papers group]

14.

a) $x \neq -1$ සඳහා $f(x) = \frac{x(x+3)}{(x+1)^2}$ යැයි ගනිමු. .

$f(x)$ හි පළමු ව්‍යුත්පන්නය වූ $f'(x)$ යන්න $f'(x) = \frac{3-x}{(x+1)^3}$ මඟින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, $f(x)$ වැඩිවන ප්‍රාන්තරය හා $f(x)$අඩුවන ප්‍රාන්තරය සොයන්න.

තව ද $f(x)$ හි දෙවන ව්‍යුත්පන්නය වූ $f''(x)$ යන්න $f''(x) = \frac{2(x-5)}{(x+1)^4}$ මඟින් දෙනු ලබන බවත් පෙන්වන්න.

ස්පර්ශෝන්මුඛ ,y අන්තඃඛණ්ඩය ,හැරුම් ලක්ෂ්‍ය හා නතිවර්තන ලක්ෂ්‍ය දක්වමින් $y = f(x)$ ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

b) දිග a වන කම්බියක් කොටස් දෙකකට කපා ඒවා පිළිවෙලින් සමචතුරස්‍රයක හා වෘත්තයක හැඩයට නමා තිබේ. එසේ සෑදෙන වස්තු වල වර්ගඵලයන්ගේ ඓක්‍යයේ අඩුතම අගය $\frac{a^2}{4(\pi+4)}$ වන බව පෙන්වන්න.

15.

a) සියලු $x \in \mathbb{R}$ සඳහා $x^3 + 5x^2 + 14x + 29 = A(x+2)(x^2+9) + (2x+b)(x+2) + (x^2+9)$ වන පරිදි A හා B නියත පවතින පරිදි දී ඇත.

A හා B හි අගයන් සොයන්න.

ඒ නයින් $\frac{x^3+5x^2+14x+29}{(x+2)(x^2+9)}$ යන්න භින්න භාග වලින් ලියා දක්වා,

$\int \frac{x^3+5x^2+14x+29}{(x+2)(x^2+9)} dx$ සොයන්න.

b) කොටස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිතයෙන්, $\int_0^{\frac{\pi}{3}} 2\, sinx \ln(secx)\, dx$ අගයන්න.

c) $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}$ සඳහා $x = 2\cos 2\theta$ ආදේශය භාවිතයෙන් $\int_0^2 \sqrt{\frac{2-x}{2+x}}\, dx = \pi - 2$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින් $\int_0^{\sqrt{2}} x\sqrt{\frac{2-x^2}{2+x^2}}\, dx$ හි අගය අපෝහනය කරන්න.

22 A/L අපි [papers group]

16.

a) $ABCD$ යනු සෘජුකෝණාස්‍රයකි.AB පාදය $y = mx$ රේඛාවට සමාන්තර වේ. A, B හා D ශීර්ෂ පිළිවෙලින් $y = a$, $x = b$ හා $x = -b$ රේඛා මත පිහිටයි. C ශීර්ෂයේ පථය,

$(m^2-1)x - my + am + (m^2+1)b = 0$ සරල රේඛාව බව සාධනය කරන්න.

b) $2g_1g_2 + 2f_1f_2 = c_1 + c_2$ නම්, $x^2 + y^2 + 2g_1x + 2f_1y + c_1 = 0$ හා $x^2 + y^2 + 2g_2x + 2f_2y + c_2 = 0$ වෘත්ත දෙක ප්‍රලම්බව ඡේදනය වන බව සාධනය කරන්න.

කේන්ද්‍රය $y = x + 1$ රේඛාව මත පිහිටන සේ $(3,7)$ ලක්ෂ්‍යය හරහා යන එක එකක අරය ඒකක 3 ක් වන වෘත්ත දෙකක් ඇඳිය හැකි බව පෙන්වන්න.

මෙම වෘත්ත වල සමීකරණ සොයා ඒවා ප්‍රලම්බ ලෙස එකිනෙක ඡේදනය වන බව පෙන්වන්න.

17.

a) $f(x) = 11\,cos^2x + 16\cos x \sin x - sin^2x$ යන්න $a + b\cos(2x - \alpha)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.
a, b, α යනු නිර්ණය කළ යුතු නියත වේ.

ඒ නයින් $0 \leq x \leq \pi$ සඳහා $f(x) = 11\,cos^2x + 16\cos x \sin x - sin^2x$ හි ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

$0 \leq x \leq \pi$ තුළ $f(x) = 0$ සමීකරණයෙහි විසඳුම් සොයන්න.

b) ඕනෑම ත්‍රිකෝණයක් සඳහා කෝසයින් නීතිය ප්‍රකාශ කර සාධනය කරන්න.

ABC ත්‍රිකෝණයේ BC, CA, AB පාදවල දිග පිළිවෙලින් $a\,, a + d, a + 2d$ වේ.$Cos\ C = \frac{1}{2} - \frac{3d}{2a}$ බව සාධනය කරන්න.

ඒ නයින් $\frac{2\pi}{3} < C < \pi$ සඳහා $\frac{d}{a}$ ට තිබිය යුතු අගය පරාසය සොයන්න.

c) $\tan^{-1}(5\,tan^2x) + \tan^{-1}(cos^2x) = \frac{\pi}{4}$ සමීකරණය විසඳන්න.

22 A/L අපි [papers group]

"නැණ සයුර" අධ්‍යාපනික වැඩසටහන-2022

සරසවි පිවිසුම් අත්වැල

උතුරු මැද පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාතර්මේන්තුව

සංයුක්ත ගණිතය - II පත්‍රය

13 ශ්‍රේණිය

කාලය - පැය 03 මිනිත්තු 10

නම : ....

උපදෙස් :

* මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ;
* ***A* කොටස** (ප්‍රශ්න 1-10) සහ *B* **කොටස** (ප්‍රශ්න 11-17)
* ***A* කොටස :**

  සියලු ම ප්‍රශ්න වලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු , සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකි ය.
* ***B* කොටස :**

  ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

(10) සංයුක්ත ගණිතය I		
කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	

I පත්‍රය	
II පත්‍රය	
එකතුව	
අවසාන ලකුණු	

22 A/L අපි [papers group]

අවසාන ලකුණු

ඉලක්කමෙන්	
අකුරින්	

1) සමාන අරයන් සහිත ස්කන්ධ m හා $5m$වන සුමට A, B ගෝල දෙකක් සරල රේඛීයව එකම දිශාවට සුමට තලයක් මත u හා $\lambda u, (0 < \lambda < 1)$ ප්‍රවේග වලින් චලිත වෙමින් සරලව ගැටේ. ගැටුම නිසා A ගෝලය නිසල වේ. ගෝල අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $\frac{5\lambda+1}{5(1-\lambda)}$ බව පෙන්වන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

22 A/L අපි [papers group]

2) කාටිසියානු ඛණ්ඩාංක තලයේ මූල ලක්ෂ්‍යයේ සිට තිරසට θ කෝණයකින් ආනතව u වේගයෙන් අංශුවක් ප්‍රක්ෂේපණය කෙරේ. අංශුව ඕනෑම $P = (x, y)$ ලක්ෂ්‍යයක පිහිටන විට $y = x\tan\theta - \frac{gx^2sec^2\theta}{2u^2}$ බව පෙන්වන්න. එනයින් හෝ අන් අයුරකින් හෝ P හි දී අංශුවේ ගමන් දිශාව තිරසට α ආනත නම්, $tan\alpha + \tan\theta = \frac{2y}{x}$ බව ද පෙන්වන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

3) අචල කප්පියක් වටා යැවූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක එක් කෙළවරක් තිරස් බිමක් මත වූ $3m$ ස්කන්ධයකට ද අනෙක් කෙළවර m ස්කන්ධයකට ද ගැටගසා m ,තිරස් බිමෙහි සිට l උසකින් එල්ලෙමින් පවතී. දැන් m ස්කන්ධය තිරස් බිමෙහි සිට $4l$ උසකින් තබා නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ. කප්පිය හා නොගැටෙන තන්තු කොටස් සියල්ල සිරස් වේ. ආවේගයෙන් මොහොතකට පසු m ස්කන්ධයේ ප්‍රවේගය සොයන්න.

....

....

....

....

....

....

....

22 A/L අපි [papers group]

....

....

....

....

....

4) තිරසට α කෝණයකින් ආනත පාරක් දිගේ ළමයෙක් $5\,ms^{-1}$ වූ උපරිම වේගයෙන් බයිසිකලයක් පැදගෙන යයි. ළමයාගේ හා බයිසිකලයේ මුළු ස්කන්ධය $60\,kg$ වේ. ළමයාගේ ක්ෂමතාවය $400\,w$ වන අතර චලිතයට ප්‍රතිරෝධය $10\,N$ කි . $sin\alpha = \frac{7}{60}$ බව පෙන්වන්න. ප්‍රතිරෝධය එලෙසම පවතී නම්, බයිසිකලය පෙඩල් කිරීම නතර කළ විට , එය නිශ්චල වීමට ගන්නා කාලය සොයන්න.$(g = 10\,ms^{-1})$

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

5) ස්කන්ධය M වන ලෑල්ලක් මත ස්කන්ධය m වන මැඩියෙක් සිටියි. ලෑල්ල ගෙබිමක් මත තබා ඇති අතර ලෑල්ලට සාපේක්ෂව මැඩියා v ප්‍රවේගයෙන් ඉදිරියට පනියි. මැඩියාට හා ලෑල්ලට $I = \Delta(m\underline{v})$, යෙදීමෙන් ලෑල්ල චලනය වන ප්‍රවේගයත් මැඩියා ලෑල්ල මත ඇතිකරන ආවේගයත් සොයන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

22 A/L අපි [papers group]

....

....

....

....

....

6) $\underline{a} = 2\underline{i} + 3\underline{j}$ ද $\underline{b} = \lambda\underline{i} + \mu\underline{j}$ ද වේ. මෙහි λ, μ තාත්වික නියත ද $\mu > 0$ ද $\underline{i}$ හා $\underline{j}$ යනු සුපුරුදු ඒකක දෛශික ද වේ. $|b| = 1$හා $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ දෛශික එකිනෙකට ලම්බක නම්, λ හා μ සොයන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

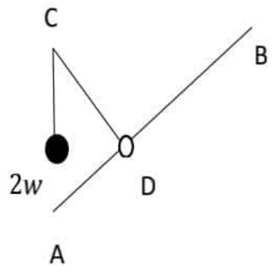
....

....

....

....

7) සුමට ඒකාකාර AB දණ්ඩක දිග $3a$ හා බර W වේ. $AC = 4a$ වේ.මෙය A හි දී අසව්කර ඇත්තේ, සිරස් තලයේ භ්‍රමණය විය හැකි වන පරිදි වේ. සැහැල්ලු සුමට D මුදුවකට දණ්ඩ මත සර්පණය විය හැක. D මුදුවට ඈදා ඇති අවිතන්‍ය තන්තුව C නාදැත්ත උඩින් දමා $2w$ බර අංශුවකට සවිකර ඇත. $2w$ සිරස්ව එල්ලෙමින් පද්ධතිය සමතුලිතව තිබේ.



i. CD තන්තුව AB දණ්ඩට ලම්බක බව පෙන්වන්න.

ii. දණ්ඩ සිරසට ආනත කෝණය θ නම්,
$3W \tan\theta = 16\, w$ බව පෙන්වන්න

22 A/L අපි [papers group]

8) බරw වූ අංශුවක් තිරසට α කෝණයක් ආනත රළු තලයක් මත තබා ඇත. මෙහි $\mu\ (< \tan\alpha)$ යනු අංශුව හා තලය අතර ඝර්ෂණ සංගුණකයයි. අංශුව සමතුලිතතාවයේ රඳවා ඇත්තේ තිරස්ව අංශුවට යෙදූ P බලයක් මගිනි.

$\frac{w(\sin\theta - \mu\cos\theta)}{\cos\theta + \mu\, sin\theta} \leq P \leq \frac{w(\mu\cos\theta + \sin\theta)}{\cos\theta - \mu\, sin\theta}$ බව පෙන්වන්න.

9) $p(A) = \frac{1}{4}$, $p(A|B) = \frac{1}{4}$ හා $p(A|B) = \frac{1}{2}$ බව දී ඇත. $p(B)$ සොයන්න.

22 A/L අපි [papers group]

10) ධන නිඛිලමය නිරීක්ෂණ පහක කුලකයක මධ්‍යන්‍යය හා මධ්‍යස්ථය පිළිවෙලින් 7 හා 9 වේ. නිරීක්ෂණ වල එකම මාතය 11 වේ නම්, නිරීක්ෂණ පහ සොයන්න.

B කොටස

11.

a) ඍජු මාර්ගයක් ඔස්සේ ධාවනය වන බස් රථයක රියදුරෙක් එයට ඉදිරියෙන් ඇති H බස් නැවතුම් පොළෙහි බස් රථයට ගොඩ වීමට සිටින මගියෙකු දකියි. $AH = a\ (m)$ වන පරිදි වූ A නම් ලක්ෂ්‍යයකට එළඹෙන විට , බස් රථයේ ප්‍රවේගය $u\ ms^{-1}$ විය. H හි දී බස් රථය නවතින පරිදි $AB = BC = CH$ වන සේ වූ A , B , C ලක්ෂ්‍යය වලදී රියදුරා පිට පිටම තිරිංග යොදයි. AB , BC , CH ප්‍රාන්තර වල දී බස් රථයේ මන්දන පිළිවෙලින් f ,$2f$ හා $3f$ වේ.

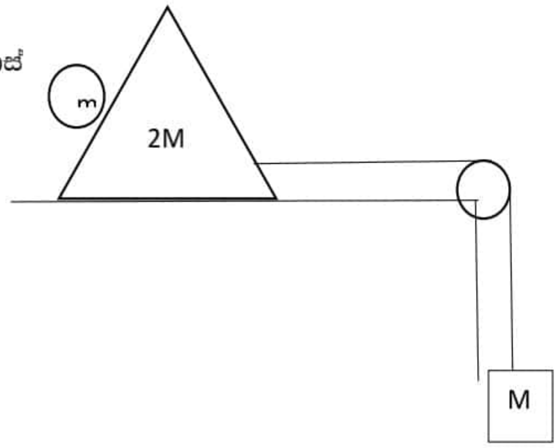
i. බස් රථයේ චලිතය සඳහා ප්‍රවේග කාල වක්‍රයක් අඳින්න. **ඒ නයින්** $f = \frac{u^2}{4a}$ බව පෙන්වන්න.

ii. B හා C වෙත පැමිණීමේදී බස් රථයේ ප්‍රවේග u ඇසුරෙන් සොයන්න.

iii. A සිට H තෙක් යාමට ගතවන මුළු කාලය $\frac{4a}{u}\left(1 - \frac{\sqrt{30}+\sqrt{2}}{12}\right)$ බව පෙන්වන්න.

b) නැවක් ඍජු මුහුදු ගමන් මගක $u\ km^{-1}$ ඒකාකාර වේගයෙන් නැගෙනහිරට යාත්‍රා කරයි. වරායක් එහි ගමන් මගට දකුණෙන් ඇත. වරායේ සිට එම ගමන් මගෙහි ආසන්නම ලක්ෂ්‍යය වන A ට ඇති දුර $a\ km$ වේ. A ලක්ෂ්‍යයට ලගාවීමට පෙර වරායේ සිට $b\ (> a) km$ දුරින් නැව ඇති විට , එය අල්ලා ගැනීම සඳහා බෝට්ටුවක් වරායෙන් පිටත් වෙයි. බෝට්ටුවේ වේගය v නම්, $\left(u > v > \frac{au}{b}\right)$ නිශ්චිත ස්ථාන දෙකකදී නැව අල්ලා ගැනීමට එයට හැකි බවත් ඒ සඳහා ගතවන කාල පැය $\frac{2\sqrt{b^2v^2 - a^2u^2}}{u^2 - v^2}$ කින් වෙනස් වන බවත් පෙන්වන්න.

12.



a) රූපයේ දැක්වෙන ආකාරයට සුමට කප්පියක් උඩින් ගොස් සිරස් ලෙස එල්ලෙන M ස්කන්ධයක් රැගත් තන්තුවක් මගින් සුමට , තිරස් මේසයක් දිගේ තිරස් ලෙස අදිනු ලබන $2M$ ස්කන්ධයක් ඇති සුමට කුඤ්ඤයක තිරසට 45° ආනත මුහුණත මත m ස්කන්ධයක් ඇති අංශුවක් තබනු ලැබේ. චලිත සියල්ලම වැඩිතම බෑවුම් රේඛාවක් හරහා යන සිරස් තලයක වෙයි. කුඤ්ඤයට සාපේක්ෂව m හි ත්වරණය $\frac{\sqrt{2}g(4M+m)}{6M+m}$ බව පෙන්වන්න.

22 A/L අපි [papers group]

b) කේන්ද්‍රය O හා අභ්‍යන්තර අරය a වන අචල සුමට කුහර ගෝලයක ඇතුළත පහලම ලක්ෂ්‍යයේ සිට $\sqrt{\frac{7ag}{2}}$ වේගයෙන් ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් තිරස්ව ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. OP රේඛාව යටි අත් සිරස සමඟ θ කෝණයක් සාදන විට , අංශුවේ වේගය v යන්න $v^2 = \frac{ga}{2}(3 + 4\cos\theta)$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න. එවිට අංශුව මත අභිලම්බ ප්‍රතික්‍රියාව ද සොයන්න.
අංශුව ගෝලයේ පෘෂ්ඨයෙන් ඉවත් වන විට , OP උඩු අත් සිරස සමඟ සාදන කෝණය සොයා , එම අවස්ථාවේ දී අංශුවේ වේගය $\sqrt{\frac{1}{2}ag}$ බව පෙන්වන්න.

අනතුරුව ඇතිවන චලිතයේදී අංශුව පළමු වරට O හරහා වන තිරස් තලයට ළඟාවන විට එහි වේගය a හා g ඇසුරෙන් සොයන්න.

22 A/L අපි [papers group]

13. ස්වභාවික දිග a හා ප්‍රත්‍යස්ථතා මාපාංකය mg වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක් අචල O ලක්ෂ්‍යකට සම්බන්ධ කර ඇත. එක එකක ස්කන්ධය m බැගින් වූ අංශු දෙකක් ,තන්තුවේ අනෙක් කෙළවර වූ P ට ඈඳනු ලැබ, පද්ධතිය සමතුලිතව එල්ලෙයි. මෙම පිහිටීමේදී තන්තුවේ විතතිය $2a$ බව පෙන්වන්න. දැන් අංශුවලින් එක් අංශුවක් ගිලිහී යන අතර ස්කන්ධය m වූ ඉතිරි අංශුව තන්තුවේ කෙළවරට සම්බන්ධව තිබිය දී චලනය වීමට පටන් ගනියි. P හි චලිත සමීකරණය $\ddot{x} + \frac{g}{a}(x - 2a) = 0$ලබා ගන්න.

මෙහි$x\ (\geq a)$ යනු තන්තුවේ දිග වේ.

$X = x - 2a$ ලෙස ගැනීමෙන් ඉහත චලිත සමීකරණය $\ddot{X} + \omega^2 X = 0$ ආකාරයෙන්

නැවත ලියන්න. සරල අනුවර්තී චලිතයේ කේන්ද්‍රය C හා විස්තාරය සොයන්න.

C ලක්ෂ්‍යයේදී අංශුවට සිරස් ආවේගයක් දෙනු ලබන්නේ එහි ප්‍රවේගය තෙගුණ වන පරිදි ය.

තන්තුව ඇදී පවතින තුරු චලිතයේ කේන්ද්‍රය .එලෙසම පවතින බවත් , මෙම චලිතයේ

විස්තාරය $3a$ වන බවත් පෙන්වන්න.

ඒ නයින් $\sqrt{\frac{a}{g}}\left(\frac{\pi}{2} + \sin^{-1}\frac{1}{3}\right)$ මුළු කාලයකට පසුව තන්තුව බුරුල් වන බව පෙන්වන්න.

තන්තුව බුරුල් වන මොහොතේ දී අංශුවේ ප්‍රවේගයද සොයන්න.

14.

a) OAB ත්‍රිකෝණයක් ද D යනු AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය යැයි ද ගනිමු. E යනු OD හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයි. F ලක්ෂ්‍යය OA මත පිහිටා ඇත්තේ $OF:FA = 1:2$ වන පරිදි ය. O අනුබද්ධයෙන් A හා B හි පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ නම්, $\overrightarrow{BE}$ හා $\overrightarrow{BF}$ දෛශික $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.

B , E හා F ඒක රේඛීය බව අපෝහනය කර $BE : EF$ අනුපාතය සොයන්න.

$\overrightarrow{BE}.\overrightarrow{DF}$ අදිශ ගුණිතය $|\underline{a}|$ හා $|\underline{b}|$ ඇසුරෙන් සොයා $|\underline{a}| = 3\ |\underline{b}|$ නම්, $\overrightarrow{BE}$ යන්න $\overrightarrow{DF}$ ට ලම්බක බව පෙන්වන්න.

b) OXY තලයේ OX හා OY අක්ෂ ඔස්සේ ඒකක දෛශික පිළිවෙලින් $\underline{i}$ හා $\underline{j}$ වේ. ඒකතල බල පද්ධතියක් පහත ආකාරයෙන් OXY තලයේ ක්‍රියා කරයි.

ලක්ෂ්‍යය	පිහිටුම් දෛශිකය	බලය
A	$2\underline{i} - \underline{j}$	$3\underline{i} - 2\underline{j}$
B	$\underline{i} + \underline{j}$	$P\underline{i} + Q\underline{j}$
C	$-2\underline{i} + \underline{j}$	$-5\underline{i} - 4\underline{j}$
D	$-\underline{i} - 4\underline{j}$	$-\underline{i} + 2\underline{j}$

i. ඉහත බල පද්ධතිය කාටිසීය ඛණ්ඩාංක තලයක දක්වන්න.

ii. පද්ධතිය යුග්මයකට තුල්‍ය නම්, P හා Q නිර්ණය කර , යුග්මයේ විශාලත්වය හා යුග්මය ක්‍රියාකරන අත සොයන්න.

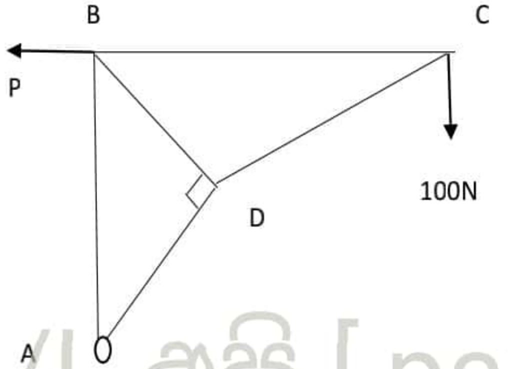
iii. මෙම පද්ධතියට මූල ලක්ෂ්‍යයේ දී ක්‍රියා කරන $\underline{i} + \underline{j}$ බලයක් එකතු කළහොත් නව පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වය හා දිශාව සොයන්න. සම්ප්‍රයුක්තයේ ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

15.

a) ඒකක දිගක බර w වන ඒකාකාර දඬු පහක් A,B,C,D හා E හි දී සුමට ලෙස සන්ධි කිරීමෙන් $ABCDE$ පංචාස්‍රය තනා තිබේ.$ED = DC = a$ හා $AE = BC = b$ වේ. තිරස් මේසයක් මත AB සවි කිරීමෙන් සිරස් තලයක රඳවා ඇති මෙම පංචාස්‍රය $E\hat{A}B = A\hat{B}C = 120^\circ$ හා $A\hat{E}D = B\hat{C}D = 90^\circ$

වන සේ සමතුලිතතාවයේ තබා ඇත්තේ E හා C සන්ධි වලට සම්බන්ධ කර ඇති සැහැල්ලු තන්තුවක් මඟිනි. තන්තුවේ ආතතිය $\frac{w(5a+b)}{2\sqrt{3}}$ බව පෙන්වන්න.

b)



22 A/L අපි [papers group]

සැහැල්ලු දඬු පහකින් සමන්විත $ABCD$ රාමු සැකිල්ලක් රූපයේ දැක්වෙන පරිදි සමතුලිතතාවයේ තබා ඇත්තේ A හි දී අචල ලක්ෂ්‍යයකට නිදහස් ලෙස අසව් කිරීමෙනි. AB සිරස් ද BC තිරස් ද වන අතර $A\hat{D}B = 90^\circ , D\hat{B}C = D\hat{C}B = 30^\circ$ වේ. C හි දී $100\ N$ භාරයක් එල්ලෙන අතර තිරස් P බලයක් B හි දී CB අතට ක්‍රියා කරයි.P හි අගය සොයන්න. B , C , D සන්ධි සඳහා ප්‍රත්‍යා බල සටහනක් ඇඳීමෙන් දඬු සියල්ලෙහිම ප්‍රත්‍යාබල , ආතති ද තෙරපුම් ද ලෙස වෙන්කර දක්වමින් සොයන්න.

16. උස h වූ ඒකාකාර ඝන ඍජු වෘත්තාකාර කේතුවක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය,

එහි පතුලේ කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{h}{4}$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.

අරය r වන උස h වූ ඒකාකාර ඍජු සිලින්ඩරයකින් ,

උස h සහ පතුලේ අරය r වන ඍජු වෘත්තාකාර කේතුවක් ඉවත් කර

සාදා ඇති , S සංයුක්ත වස්තුවක් රූපයේ දැක්වේ.

h

O

S හි ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය O සිට , $\frac{3h}{8}$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.

දැන් මෙම S වස්තුව O ඉහලින්ම පිහිටන පරිදි තිරස් තලයක් මත තබා තලය සෙමින් ඇල කරනු ලැබේ. ලිස්සීම වැලැක්වීමට ප්‍රමාණවත් ඝර්ෂණයක් ඇත්නම්, තලය තිරස සමඟ $\tan^{-1}\left(\frac{8r}{5h}\right)$ ට වඩා වැඩි කෝණයක් ඇල කරන විට , මෙම S වස්තුව පෙරලෙන බව පෙන්වන්න.

17. a)

E_1 හා E_2 යනු සසම්භාවී පරීක්ෂණයක Ω නියැදි අවකාශයට අදාල සිද්ධි අවකාශයේ වූ අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර සිද්ධි දෙකක් ද D යනු S හි ඕනෑම සිද්ධියක් ද විට ,

$$P(E_1|\,D) = \frac{P(E_1).P\,(D|E_1)}{P(E_1).P\,(D|E_1)+P(E_2).P\,(D|E_2)}$$ බව පෙන්වන්න.

පළාත් පාලන ආයතනයකට සභාපති ධූරයට තේරී පත්වීම සඳහා A හා B අපේක්ෂකයන් දෙදෙනෙක් පමණක් තරඟ කරයි. A ජය ගැනීමේ සම්භාවිතාව 0.6 ද B ජය ගැනීමේ සම්භාවිතාව 0.4 ක් ද වේ. A ජයගතහොත් එම ආයතනයට නව ගොඩනැගිල්ලක් ලබා දීමේ සම්භාවිතාව 0.35 ක් ද B ජයගතහොත් එම ආයතනයට නව ගොඩනැගිල්ලක් ලබා දීමේ සම්භාවිතාව 0.85 ක් ද වේ.

i. ආයතනයට නව ගොඩනැගිල්ලක් ලබා දීමේ සම්භාවිතාව

ii. ආයතනයට නව ගොඩනැගිල්ලක් ලැබුනේ නම්, A ජය ගැනීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

b) එක්තරා පරීක්ෂණයකට පෙනී සිට ඉන් සමත් වූ ශිෂ්‍යයන් 70 ක් ලබා ගත් ලකුණු වල සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක පහත වගුවේ දැක්වේ. සමත්වීමේ ලකුණ 30 ක් වේ.

පන්ති ලකුණ	සංඛ්‍යාතය
35	5
45	10
55	15
65	30
75	5
85	5

$y_i = \frac{1}{10}(x_i - 55)$ යන පරිණාමනය භාවිතයෙන් මෙම ලකුණු ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යනය හා විචලතාවය නිමානය කරන්න.

තමම පරීක්ෂණයට සහභාගි වූ මුළු සිසුන් ගණන 100 ක් වන අතර මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය පිළිවෙලින් 48 හා 21.5 බව දී ඇත. අසමත් සිසුන් තිස් දෙනාගේ මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය නිමානය කරන්න.

22 A/L අපි [papers group]