තක්ෂිලා මධ්‍ය විද්‍යාලය- හොරණ

TAXILA CENTRAL COLLEGE – HORANA

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය - 2023

පළමු වාර පරීක්ෂණය - 13 ශ්‍රේණිය - 2023 අප්‍රේල්

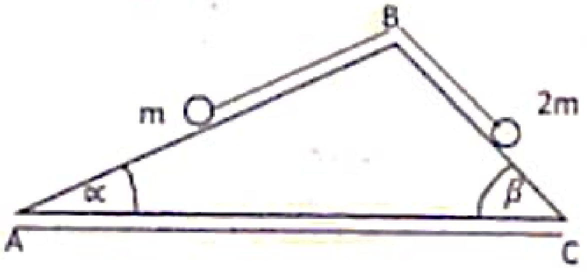
B කොටස

සංයුක්ත ගණිතය II Combined Mathematics II	10 S II	පැය දෙකයි *Two hours*

11. ධාවන තරඟයකදී සෘජු මාර්ගයක එකම දිශාවට ධාවනය වෙන X සහ Y රථ දෙකක් එක්තරා මොහොතකදී A නම් ස්ථානයක් පසු කරයි. එවිට X සහ Y රථවල ප්‍රවේග පිළිවෙලින් 2u හා 3u ද ත්වරණ පිළිවෙලින් $3f$ හා $2f$ ද වේ. t_1 කාලයකට පසුව B නම් ස්ථානයකදී X විසින් Y පසුකර යයි. ඉන් පසු Y හි ප්‍රවේගය නියතව පවතින අතර X රථය f මන්දනයකින් යුතුව චලිත වීමට පටන් ගනී. t_2 කාලයකට පසු C නම් ස්ථානයේදී Y විසින් X පසු කරයි. එම මොහොතේදී ම X විසින් තම ත්වරණය $4f$ වන සේ ප්‍රවේගය වැඩිකරගෙන ගොස් D නම් ස්ථානයේදී X විසින් Y පසු කර යයි.
X සහ Y රථවල චලිතය නිරූපණය වන ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්තාර එකම සටහනක නිරූපණය කරන්න.
එනයින්, B නම් ස්ථානයේදී රථ දෙකේ ප්‍රවේග සොයා $t_1 = \frac{2u}{f}$ බව පෙන්වන්න. A හා D අතර දුර $\frac{55u^2}{2f}$ බව පෙන්වන්න.

12. මුහුදු කොල්ලකෑමේ යෙදී සිටින යාත්‍රාව ආරක්ෂක මුර කුටියක P ලක්ෂයක සිට p km දුරින් ℓ නැමැති සරල රේඛීය මාර්ගයක් ඔස්සේ v kmh^{-1} ඒකාකාර ප්‍රවේගයකින් යාත්‍රාව පැදවයි. P සිට ℓ රේඛාවට ඇඳි ලම්බයේ අඩිය N වේ. PN = p වේ. s යනු ℓ මත Nට පෙර වූ ලක්ෂයකි. sp=d km වේ. යාත්‍රාව s ලක්ෂයට ළඟාවන මොහොතේ B_1, B_2 ආරක්ෂක බෝට්ටු දෙකක් U kmh^{-1} (<V) නියත ප්‍රවේග වලින් P ආරක්ෂක මුර කුටියෙන් පිටත් වේ. t_1, t_2 කාල වල දී බෝට්ටුවට යාත්‍රාව හමු වේ. $t_1 - t_2 = \frac{2(d^2u^2 - p^2v^2)^{\frac{1}{2}}}{v^2 - u^2}$ බව පෙන්වන්න.

13. (a)



සැහැල්ලු කුඤ්ඤයක හරස්කඩ ABC Δ කි. එහි $B\hat{A}C = \alpha$ ද, $A\hat{C}B = \beta$ ද වේ. මෙම කුඤ්ඤය සුමට මේසයක් මත තබා ඇත්තේ AC මේසය ස්පර්ශ කරන ලෙස ය. ස්කන්ධය m හා 2m වන අංශු දෙකක් AB හා BC මත තබා B මතින් පිහිටන ලුහු අවිතන්‍ය තන්තුවකින් අංශු දෙක සම්බන්ධ කර ඇත. තන්තුව හා අංශු ABC තලයේ පිහිටයි. පද්ධතිය නිසලතාවයෙන් මුදා හැරියවිට කුඤ්ඤයේ ත්වරණය $\frac{(2\sin\beta - \sin\alpha)(2\cos\beta + \cos\alpha)g}{9 - (2\cos\beta + \cos\alpha)^2}$ බව පෙන්වන්න.

$A\hat{B}C$ යනු සෘජුකෝණයක් වේ නම්, කුඤ්ඤයට සාපේක්ෂව අංශුවල ත්වරණ $\frac{3g\,(2\cos\alpha - \sin\alpha)}{9 - (2\sin\alpha + \cos\alpha)^2}$ බව ලබාගන්න.

(b) A ලක්ෂ්‍යයක සිට P අංශුවක් V ප්‍රවේගයෙන් θ ආරෝහණ කෝණයකින් B ලක්ෂ්‍යයක් දෙසට ප්‍රක්ෂේප කරන මොහොතේ දී ම B සිට Q අංශුවක් 2V ප්‍රවේගයෙන් β ආරෝහණ කෝණයක් ආනතව A දෙසට ප්‍රක්ෂේප කරයි. A හා B ලක්ෂ්‍ය එකම තිරස් තලයේ x දුරින් වූ ලක්ෂ්‍ය 2කි. යම් අවස්ථාවකදී P අංශුව, Q අංශුවට වඩා y සිරස් දුරක් උසකින් පිහිටයි නම්,

$$\frac{y}{x} = \frac{\sin\theta - 2\sin\beta}{\cos\theta + 2\cos\beta}$$ බවද,

$2\sin\beta = \sin\alpha$ වන විට අංශු දෙක ගැටෙන බව ද,

$\alpha = 60^0$ දී AB ට ඉහළ ලක්ෂ්‍යයකදී අංශු ගැටේ නම් $v^2 = \frac{gx(\sqrt{3}-1)}{6\sqrt{3}}$ බව ද පෙන්වන්න.

11. (a) OACB සමාන්තරාස්‍රයකි. AC පාද 2:1 අනුපාතයට අභ්‍යන්තරව බෙදන ලක්ෂ්‍යය D ද, AB විකර්ණයත් OD රේඛාවත් ඡේදන ලක්ෂ්‍යය E ද වේ. $\overrightarrow{OA} = \underline{a}$ හා $\overrightarrow{OB} = \underline{b}$ ද නම්,

$\overrightarrow{OD} = \frac{1}{3}(3\underline{a} + 2\underline{b})$ බව පෙන්වන්න.

$OE:OD = \lambda:1$ ද $AE:AB = \mu:1$ ද නම්,

$(\lambda + \mu - 1)\underline{a} + \left(\frac{2\lambda}{3} - \mu\right)\underline{b} = 0$ බව පෙන්වන්න. එනයින්,

එනයින් $\mu = \frac{2}{5}$ ද $\lambda = \frac{3}{5}$ බව පෙන්වන්න.

(b) ABCDEF සවිධි ෂඩාස්‍රයේ පාදයක දිග 2a වේ. පිළිවෙළින් AB, BC, CD, DE, EF හා FA පාද ඔස්සේ විශාලත්ව P, 2P, 3P, 4P, 2P හා P බල ක්‍රියා කරයි. මෙහි AB තිරස් ද ඊට ලම්බක දිශාව සිරස් අක්ෂය ලෙස ගනිමින් බල පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වය හා දිශාව ද එහි ක්‍රියා රේඛාව AB හමුවෙන ලක්ෂ්‍යයට A සිට ඇති දුර ද සොයන්න.
මෙම බල පද්ධතියට විශාලත්වය G වන බල යුග්මයක් යෙදූ විට සම්ප්‍රයුක්තයේ ක්‍රියා රේඛාව E හරහා පිහිටයි නම් G හි අගය හා එහි අභි දිශාව සොයන්න.

15. (a) ඒකාකාර අර්ධ වෘත්තාකාර ආස්තරයක බර w හා අරය a වේ. එහි වක්‍ර පෘෂ්ඨයේ ලක්ෂ්‍යයක් සුමට සිරස් බිත්තියක් ස්පර්ශව හා තවත් ලක්ෂ්‍යයක් රළු තිරස් තලයක් ස්පර්ශව ආස්තරයේ තලය බිත්තියට ලම්බව සිරස්ව සමතුලිතව ඇත. අර්ධ වෘත්තයේ පර්යන්ත විෂ්කම්භය තිරසට α ආනත වේ. පොළොවෙන් ආස්තරය මත අභිලම්බ ප්‍රතික්‍රියාව හා ඝර්ෂණ බලය සොයන්න. පොළොවෙන් ආස්තරය මත සම්ප්‍රයුක්ත ක්‍රියාව සිරසට $\tan^{-1}\left(\frac{4\sin\alpha}{3\pi}\right)$ වලින් ආනත බව පෙන්වන්න බර ක්‍රියාකරන ලක්ෂ්‍යය දුර $\frac{4a}{3\pi}$ ලෙස ගන්න. බිත්තිය මගින් ඇති කරන ප්‍රති-
ස්පර්ශයේ ඝර්ෂණ සංගුණකය μ වේ. μ පැවතිය හැකි සීමාව $\mu \geq \frac{4\sin\alpha}{3\pi}$ බව පෙන්වන්න. -ක්‍රියාව සොයන්න.

(b) 12m දිග 17kg බර ඒකාකාර දණ්ඩක දෙකෙළවර A හා B ය. A කෙළවර සිරස් බිත්තියකට අසව් කර තිබේ. අසව්වට සිරස් ලෙස 10m ඉහළින් බිත්තියේ පිහිටි ලක්ෂ්‍යයකට දණ්ඩේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය සැහැල්ලු තන්තුවක් මගින් යා කොට තන්තුව දණ්ඩට ලම්බව පිහිටන අයුරින් දණ්ඩ සිරස් තලයක සමතුලිතව තබා ඇත්තේ දණ්ඩේ B කෙළවරින් 4kg බර වස්තුවක් එල්ලා තැබීමෙනි. තන්තුවේ ආතතිය ද අසව්වේ ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වය හා දිශාව ද සොයන්න.

තක්ෂිලා මධ්‍ය විද්‍යාලය - හොරණ

TAXILA CENTRAL COLLEGE - HORANA

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය - 2023

පෙරහුරු වාර පරීක්ෂණය - 13 ශ්‍රේණිය - 2023 අප්‍රේල්

B කොටස

සංයුක්ත ගණිතය I	10	S	I	පැය තුනයි
Combined Mathematics I				Three hours

- ප්‍රශ්න පහටම පිළිතුරු සපයන්න.

11. (a). $f(x) = ax^2 + bx + c$ වේ. $f(x) = 0$ සමීකරණයේ මූල තාත්වික වීම සඳහා අවශ්‍යතාව ලියා ගන්න. $f(x) = 0$ සමීකරණයේ මූල තාත්වික නම්, $g(x) = (a + c - b)x^2 - 2(a - c)x + (a + b + c) = 0$ සමීකරණයේ මූල ද තාත්වික බව පෙන්වන්න.

    තවද ඉහත $f(x) = 0$ සමීකරණයේ මූල ඇසුරෙන් $\frac{(1-\alpha)(1-\beta)}{(1+\alpha)(1+\beta)}$ බව පෙන්වන්න. මෙහි α හා β යනු $g(x) = 0$ සමීකරණයේ මූල වේ.

    (b). $f(x) = 4x^3 + ax^2 + bx + c$ බහු පදය $g(x) = x^2 - 2x - 3$ බහුපදය මඟින් බෙදූ විට ලැබෙන ශේෂය $15x - 7$ වේ. $f(g(-2)) = 308$ වේ. a, b හා c හි අගයන් සොයන්න.

12. (a). $f(x) = x^2 - 2mx + m^2 - k^2$ යැයි ගනිමු. $m, k \in \mathbb{R}$ වේ.

    i. $f(x) = (x - \alpha)^2 + \beta$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න. මෙහි α හා β , m හා k ඇසුරින් නිර්ණය කළ යුතු නියත වේ. අක්ෂ හමුවන ලක්ෂ්‍ය දක්වමින් $y = f(x)$ හි දළ ප්‍රස්තාරය අඳින්න.

    ii. $k = 1$ විට $f(x) = 0$ සමීකරණයේ එක් මූලයක් ධන හා අනෙක සෘණ වන පරිදි m ට ගත හැකි අගයන් සොයන්න.

    iii. $f(x) = 0$ සමීකරණයේ හරියටම එක් මූලයක් පමණක් -2 ත් 4 ත් අතර පිහිටයි. m ට ගත හැකි අගයන් සොයන්න.

    (b) $\log_{25} x^2 + (\log_5 x)^2 < 2$ අසමානතාවය සපුරාලන x හි අගය පරාසය සොයන්න.

13. $A \equiv (x_1, y_1)$ හා $B \equiv (x_2, y_2)$ ලක්ෂ්‍ය යා කරන රේඛා ඛණ්ඩය $ax + by + c = 0$ රේඛාව P හිදී ඡේදනය කරයි. $\frac{AP}{PB} = -\frac{ax_1 + by_1 + c}{ax_2 + by_2 + c}$ බව පෙන්වන්න.

    ABC ත්‍රිකෝණයේ BC, CA හා AB පාද වල සමීකරණ පිළිවෙලින් $3y + x - 8 = 0$, $3x + y - 8 = 0$ හා $x + y + 2 = 0$ වේ. C සිට AB ට ඇඳි ලම්භකයේ අඩිය D වේ. CD රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න. $\frac{AD}{DB}$ අනුපාතය සොයන්න.

    BD: DA = AE: EC වන පරිදි AC මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යය E වේ. A හරහා DE රේඛාවට සමාන්තරව ඇඳි $l_1 = 0$ සරල රේඛාවේ සමීකරණය $l_1 \equiv 3y + x = 0$ බව පෙන්වන්න.

    $l_1 = 0$ හා දික් කරන ලද CD රේඛාවල ඡේදන ලක්ෂ්‍යය O මීට ලක්ෂ්‍යය වන බව පෙන්වන්න. AOC හි කෝණ සමච්ඡේදකය වන $l_2 = 0$ හි සමීකරණය සොයන්න.

    E සිට $l_2 = 0$ ට ඇති ලම්බ දුරද සොයන්න.

14. (a). $f(x)=\frac{4x-3}{(x-1)^2}$; $x \neq 1$ සඳහා දී ඇත.

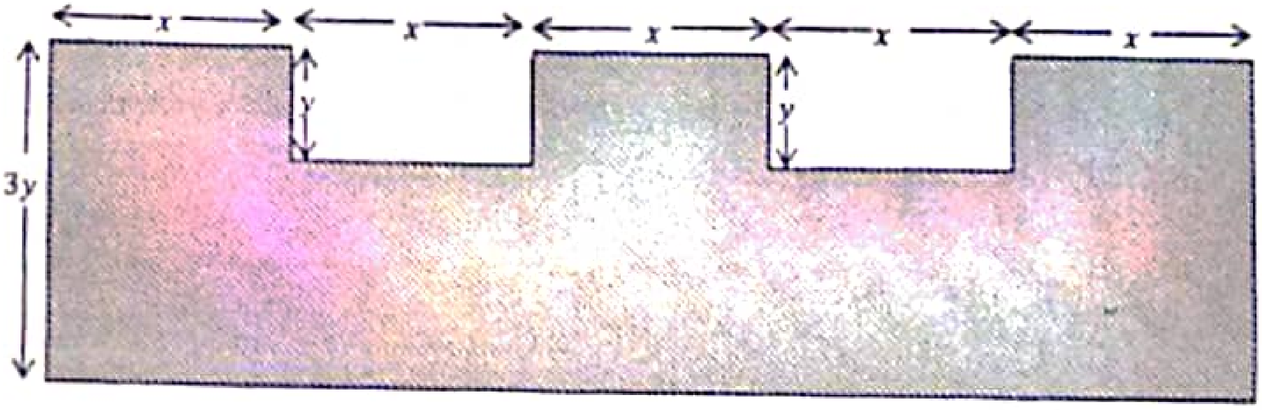
$f(x)$ හි පළමු ව්‍යුත්පන්නය $f'(x)$ යන්න $f'(x)=\frac{2(-2x+1)}{(x-1)^3}$ බව පෙන්වන්න.

$f(x)$ හි දෙවන ව්‍යුත්පන්නය $f''(x)$ යන්න $f''(x)=\frac{2(4x-1)}{(x-1)^4}$ බව දී ඇත.

හැරවුම් ලක්ෂයේ ඛණ්ඩාංක පැහැදිලිව දක්වමින් හා ස්පර්ශෝන්මුඛ හා නැවුම් ලක්ෂය දක්වමින් ශ්‍රිතයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

ඔබේ ප්‍රස්තාරය භාවිතයෙන්, $k(x-1)^2=4x-3$ සමීකරණයට හරියටම එක් මූලයක් පවතින පරිදි $k \in \mathbb{R}$ හි අගයන් සොයන්න.

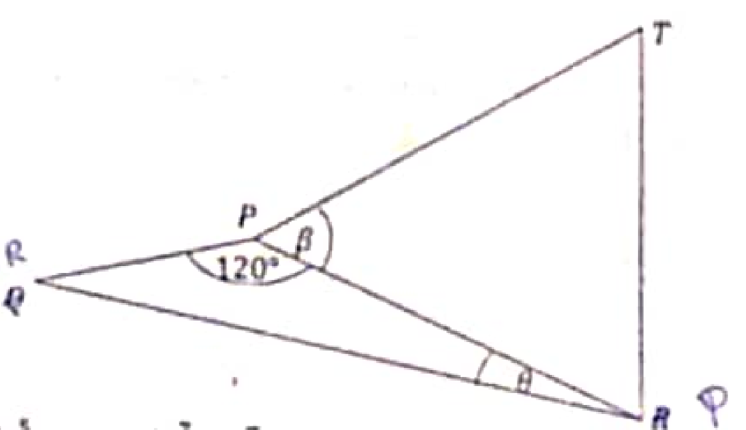
b). යාබද රූපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි අඳුරු කළ පෙදෙසේ වර්ගඵලය $117m^2$ කි. මෙම පෙදෙස ලබාගෙන ඇත්තේ දිග $5x$ හා පළල මීටර $3y$ වූ ABCD සෘජුකෝණාස්‍රයකින් දිග මීටර y හා පළල මීටර x වූ සර්වසම සෘජුකෝණාස්‍ර 2ක් ඉවත් කිරීමෙනි. අඳුරු කළ කොටසේ පරිමිතිය P යන්න $x>0$ සඳහා $P=10\left(x+\frac{9}{x}\right)$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න. P අවම වන පරිදි x හි අගය සොයන්න.



15 (a). $\tan A+\tan B=p$ සහ $\tan A\tan B=q$ ලෙස දී ඇති විට $\sin^2(A+B)$ හා $\cos 2(A+B)$, p හා q ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.

(b) $\cos x+\cos 3x=\sin 4x+\sin 6x$ සමීකරණයේ සාධාරණ විසඳුම සොයන්න.

(c) රූපයේ දැක්වෙන පරිදි කොඩිකණුවක් සිරස් බිත්තියක් QT මගින් නිරූපණය වේ. PQR ත්‍රිකෝණාකාර හැඩැති බලය පොළව මත සලකුණු කර ඇත්තේ $Q\hat{P}R=120°$ ද $Q\hat{P}T=\beta$ හා $P\hat{Q}R=\theta$ වන පරිදිය. $QR=p$ ලෙස දී ඇත්නම් කොඩිකණුවේ උස QT යන්න $QT=p\tan\beta\left(\cos\theta-\frac{\sqrt{3}\sin\theta}{3}\right)$ මගින් ලබා දෙන බව පෙන්වන්න.



(d) $\tan^{-1}\frac{5}{12}+\tan^{-1}\frac{7}{17}=\frac{\pi}{4}$ බව පෙන්වන්න

***