B කොටස

★ ප්‍රශ්න 5 කට පිළිතුරු සපයන්න.

11) a) $a \neq 0$ හා $a, b, c \in \mathbb{R}$ වන $f(x) = ax^2 + bx + c$ යැයි ගනිමු.

i) සියලු $x \in \mathbb{R}$ සඳහා $f(x) > 0$ වීම සඳහා අනිවාර්ය හා ප්‍රමාණවත් අවශ්‍යතා a, b හා c ඇසුරින් සාධනය කරන්න.

ii) $g(x) = \{(k-1)x^2 + 2(k+1)x + 7k - 5\}(x^2 + 2x + 4)$ බව දී ඇත. සියලු $x \in \mathbb{R}$ සඳහා $g(x) > 0$ වන k අගයන්න. ඒනයින් k හි අඩුතම නිඛිලමය අගය අපෝහනය කරන්න.

iii) $g(x) = 0$ හි තාත්ත්වික මූල α හා β බව දී ඇත්නම් ඒවා ප්‍රභින්න වන පරිදි k අගයන්න. එම ප්‍රභින්න මූල යුගලෙහි එකතුව හා ගුණිතය k ඇසුරින් ලියා දක්වා තාත්ත්වික මූල දෙකම ධන වන පරිදි වූ k හි අගයයන් ලබාගන්න.

b) ශේෂ ප්‍රමේය ප්‍රකාශ කර සාධනය කරන්න.
$a, b \in \mathbb{R}$ සඳහා $h(x) = x^3 + ax^2 + bx + 2$ යැයි ගනිමු. $(x+1)$ යන්න $h(x)$ හි සාධකයක් බවත්, $h(1) = 12$ බවත් දී ඇත්නම්, a හා b හි අගය සොයන්න. තවද, ශේෂ ප්‍රමේය භාවිතයෙන් $(x+1)$ යන්න $h(x)$ හි පුනරාවර්තන සාධකයක් බව පෙන්වන්න.
තවදුරටත් $p(x) \equiv h(x) - x^3$ බව දී ඇත්නම්
$p(x)$ ලියා දක්වා $p(x) \geq \frac{7}{16}$ බව අපෝහනය කරන්න.

22 A/L අපි [papers grp]

12) i) ප්‍රමූලධර්ම මගින් $\tan x$ හි ව්‍යුත්පන්නය සොයන්න.

ii) $y = \left[\ln\left(x + \sqrt{1+x^2}\right)\right]^2$ නම්, $(1 + x^2)\dfrac{d^2y}{dx^2} + x\dfrac{dy}{dx}$ යන්න x වලින් ස්වායත්ත බව පෙන්වන්න.

$n = 1, 2, 3$ සඳහා $\left[\dfrac{d^n y}{dx^n}\right]_{x=0}$ සොයන්න.

iii) $y = e^{\frac{x}{y}}$ නම් $(x+y)^3 \dfrac{d^2y}{dx^2} + y^2 = 0$ බව පෙන්වන්න.

CamScanner

13) a) $f(x) = \dfrac{x-2}{(x-1)^2}$; $x \neq 1$ යැයි ගනිමු.

$f'(x) = \dfrac{3-x}{(x-1)^3}$ බව පෙන්වන්න.

$y = f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයේ හැරුම් ලක්ෂ්‍යයන් සොයන්න. ස්පර්ශෝන්මුඛ, හැරුම් ලක්ෂ්‍යය දක්වමින් $y = f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

$x \neq 1$ දී $f''(x)$ සොයා ඒනයින් නතිවර්තන ලක්ෂ්‍ය හා අවතලතාව නිර්ණය කරන්න.

ප්‍රස්තාරය ඇසුරින් $(x-4)(x-1)^2 - 2(x-2) = 0$ සඳහා පවතින තාත්ත්වික විසඳුම් සොයන්න.

b) A, B හා C යනු තලයක පිහිටි ලක්ෂ්‍ය තුනකි. B අචල ලක්ෂ්‍යයකි. AB = 20 cm හා BC = 15 cm වන පරිදි A හා C චලනය වේ. $A\hat{B}C = \theta$ ද AC = x ද ලෙස ගෙන x හා θ අතර සම්බන්ධය ලියා දක්වන්න. $\theta = \dfrac{\pi}{3}$ වන අවස්ථාවේදී θ වැඩිවීමේ සීඝ්‍රතාවය $\dfrac{\pi}{90}$ rad s^{-1} බව දී ඇත. එම අවස්ථාවේදී x වැඩිවීමේ සීඝ්‍රතාවය $\dfrac{\pi}{\sqrt{39}}$ බව පෙන්වන්න.

22 A/L අපි [papers grp]

14) a) $\dfrac{3x-1}{2} = \sin\theta$ ආදේශය භාවිතයෙන් හෝ අන්ක්‍රමයකින් හෝ $\displaystyle\int \frac{1}{\sqrt{1+2x-3x^2}}dx$; සොයන්න.

දැන්, $6x + 1 \equiv A(1-3x) + B$; $A, B \in \mathbb{R}$ වන පරිදි A හා B තාත්ත්වික නියත පවතින බව පෙන්වා $\displaystyle\int \frac{6x+1}{\sqrt{1+2x-3x^2}}$ සොයන්න.

b) x විෂයයෙන් $x\sin x + \cos x$ හි ප්‍රථම ව්‍යුත්පන්නය ලියා දක්වන්න.
කොටස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිතයෙන්

$\displaystyle\int \frac{x^2}{(x\sin x + \cos x)^2}dx$ සොයා $\displaystyle\int_0^{\pi} \frac{x^2}{(x\sin x + \cos x)^2}dx = -\pi$ බව පෙන්වන්න.

c) $a, b \in \mathbb{R}$ හා $a < b$ වන පරිදි වූ $\displaystyle\int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(a+b-x)$ සූත්‍රය පිහිටුවන්න.

දැන් $I(x) \equiv \dfrac{\ln|x|}{\ln|3x-x^2|}$; $0 < x < 3$ යැයි ගෙන, $I(x) + I(3-x)$ යන්න සෙවීමෙන් හෝ

අන් ක්‍රමයකින් $\displaystyle\int_{2-\sqrt{3}}^{1+\sqrt{3}} \frac{\ln|x|}{\ln|3x-x^2|}dx = \frac{1+\sqrt{3}k}{k}$ වන පරිදි වූ k නිඛිලය අගයන්න.

CamScanner

15) a) i) (x_1, y_1) ලක්ෂ්‍යය ඔස්සේ යන $ax + by + c = 0$ රේඛාව පරාමිතික ආකාරයෙන් දක්වන්න.

ii) $A \equiv (1, 2)$ හා $B \equiv (5, 4)$ වන A හා B ඔස්සේ වන සරල රේඛාවෙහි සමීකරණය සොයන්න.

$APQR$ යනු පැත්තක දිග $\sqrt{10}$ වන සමචතුරස්‍රයක් ද Q ලක්ෂ්‍ය AB මතද වන පරිදි Q සඳහා පිහිටුම් දෙකක් පවතින බව පෙන්වන්න.

$Q \equiv B$ නම් P හා R ලක්ෂ්‍යවල ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

A හරහා අඳින ලද රේඛාවක් හා B හරහා අඳින ලද රේඛාවක් $D \equiv (2, 7)$ දී ඡේදනය වේ.

AD හා BD හි ඡේදන ලක්ෂ්‍යය හරහා යන ඕනෑම රේඛාවක සමීකරණය

$(y - 5x + 3) + \lambda (y + x - 9) = 0 \quad \lambda \in R$ වන බව පෙන්වන්න.

එය AD හා BD හි සුළුකෝණ සමච්ඡේදකය වේ නම්, λ හි අගය සොයන්න. ඉහත සුළුකෝණ සමච්ඡේදකය අනුබද්ධයෙන් P හා R ලක්ෂ්‍යවල පිහිටීම විස්තර කරන්න.

22 A/L අපි [papers grp]

16) a) $\sin (A + B)$ සඳහා ප්‍රකාශනයක් ලියන්න.

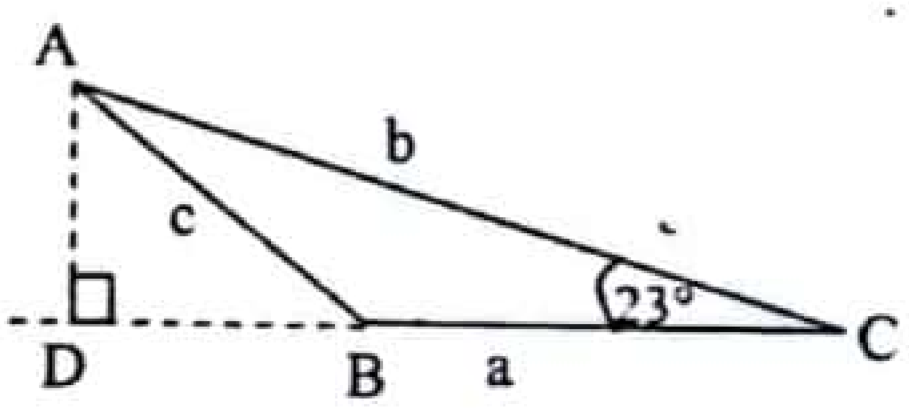
එමගින් $\cos (A + B)$ සඳහා ප්‍රකාශනය ලබාගන්න.

$\cos (A + B + C)$ ප්‍රසාරණය කරන්න. ඒනයින් A, B හා C සඳහා සුදුසු ආදේශ භාවිත කරමින් $\sin 3\theta$ සඳහා ප්‍රකාශනය ලබාගන්න.

$\theta = 36^\circ$ නම් $\sin 3\theta = \sin 2\theta$ බව පෙන්වා $\sin 36^\circ$ හි අගය සොයන්න.

b) සුපුරුදු අංකනයෙන් ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා වන සයින් සූත්‍රය ප්‍රකාශ කරන්න.

ABC ත්‍රිකෝණයේ දික්කල CB පාදයට A සිට ඇඳි ලම්බයේ අඩිය D වේ.



මෙහි $b > c$ ද $A\hat{C}B = 23^\circ$ ද $AD = \dfrac{abc}{b^2 - c^2}$ ද වේ.

AD සඳහා තවත් ප්‍රකාශනයක් ලබාගෙන $\sin A = \dfrac{a^2}{b^2 - c^2}$ බව පෙන්වන්න.

තවදුරටත් $\sin (B - C) = 1$ බව පෙන්වන්න.

එමගින් $A\hat{B}C = 113^\circ$ බව පෙන්වන්න.

c) $\cos^{-1} (x) + \cos^{-1} (y) = \cos^{-1} \left[xy - \sqrt{1 - x^2}.\sqrt{1 - y^2}\right]$ බව පෙන්වන්න.

මෙහි $-1 \le x, y < 0$ සහ $x + y > 0$ වේ. ඒනයින් $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{2xy}{ab}\cos\theta + \dfrac{y^2}{b^2} = \sin^2\theta$ බව සාධනය කරන්න.

$\theta = \cos^{-1}\frac{x}{a} + \cos^{-1}\frac{y}{b}$ ලෙස ගන්න.

PAST PAPERS WIKI

Past Papers Wiki - Most Extensive Wikipedia of Past Papers!

CamScanner

B කොටස

★ ප්‍රශ්න 5කට පිළිතුරු සපයන්න.

11) A දුම්රිය ස්ථානයක නවතා ඇති P දුම්රියක් f ඒකාකාර ත්වරණයකින් ගමන්කර v ප්‍රවේගයක් ලබාගනී. අනතුරුව 2f ඒකාකාර මන්දනයකින් චලනය වී B දුම්රිය ස්ථානයෙහි දී නිශ්චල වේ.

i) A හි චලිතය සඳහා ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්තාරය ඇඳ v ප්‍රවේගය ලබාගැනීම සඳහා දුම්රියට ගතවූ කාලය සොයන්න.

P දුම්රිය A හි දී ගමන ආරම්භ කරන මොහොතේදීම තවත් Q දුම්රියක් ඒකාකාර u (<v) ප්‍රවේගයකින් A පසුකර P හි දිශාවටම ගමන් කරයි. Q, එම ප්‍රවේගයෙන් $\frac{v}{2f}$ කාලයක් ගමන් කිරීමෙන් පසු එහි වේගය ක්ෂණිකව $\frac{u}{4}$ දක්වා අඩුවන අතර Q එම වේගයෙන් ඒකාකාරව ගමන් කරයි.

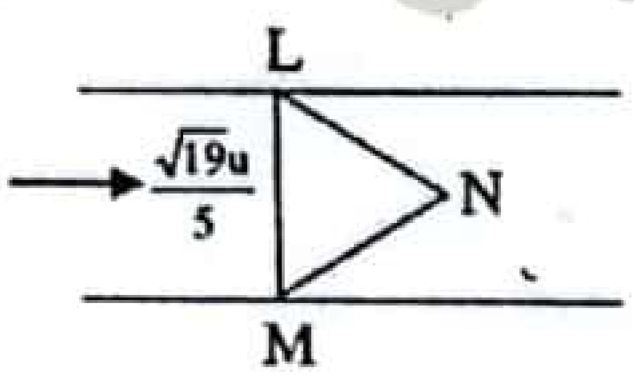
ii) Q හි චලිතය සඳහා ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්තාරය එම රූප සටහනේම අඳින්න.

iii) කාලය $\frac{4v-u}{8f}+\frac{v}{f}$ වන විට P හා Q හි වේග සමාන වන බව පෙන්වන්න.

iv) $v^2-uv+\frac{u^2}{48}\leq 0$ නම්, P දුම්රියට Q පසුකර යා නොහැකි බව පෙන්වන්න.

22 A/L අපි [papers grp]

12) සෘජු සමාන්තර ඉවුරු සහිත ගඟක් $\frac{\sqrt{19}u}{5}$ ඒකාකාර වේගයෙන් ගලයි. L හා M යනු ගඟේ ප්‍රතිවිරුද්ධ ඉවුරුවල LM ඉවුරට ලම්බවන පරිදි පිහිටි ලක්ෂ්‍ය දෙකකි.



N යනු LMN සමපාද ත්‍රිකෝණයක් වන පරිදි ගඟ මැද පිහිටි බෝයාවකි. A හා B ළමුන් දෙදෙනෙකු LM, MN හා NL මාර්ග ඔස්සේ තරණයට පිහිනයි. නිසල ජලයේ A ගේ වේගය u වේ.

A, නිසල ජලයේදී LMN ත්‍රිකෝණාකාර මාර්ගය T කාලයකදී සම්පූර්ණ කරයි.

i) LM, MN හා NL ඔස්සේ පිළිවෙලින් පොළොවට සාපේක්ෂ V_1, V_2 හා V_3 ඒකාකාර ප්‍රවේගවලින් A පිහිනා යයි නම්, ඔහුගේ චලිතය සඳහා ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණ එකම රූප සටහනක අඳින්න.

ii) $V_1=\frac{\sqrt{6}u}{5}$ බව පෙන්වන්න.

iii) $V_2+V_3=\frac{9u}{5}$ හා $V_2V_3=\frac{6u^2}{25}$ බව පෙන්වන්න.

iv) ඒනයින් A ට පථය සම්පූර්ණ කිරීම සඳහා ගතවන කාලය $\frac{5(2+3\sqrt{6})T}{6\sqrt{6}}$ බව පෙන්වන්න.

CamScanner

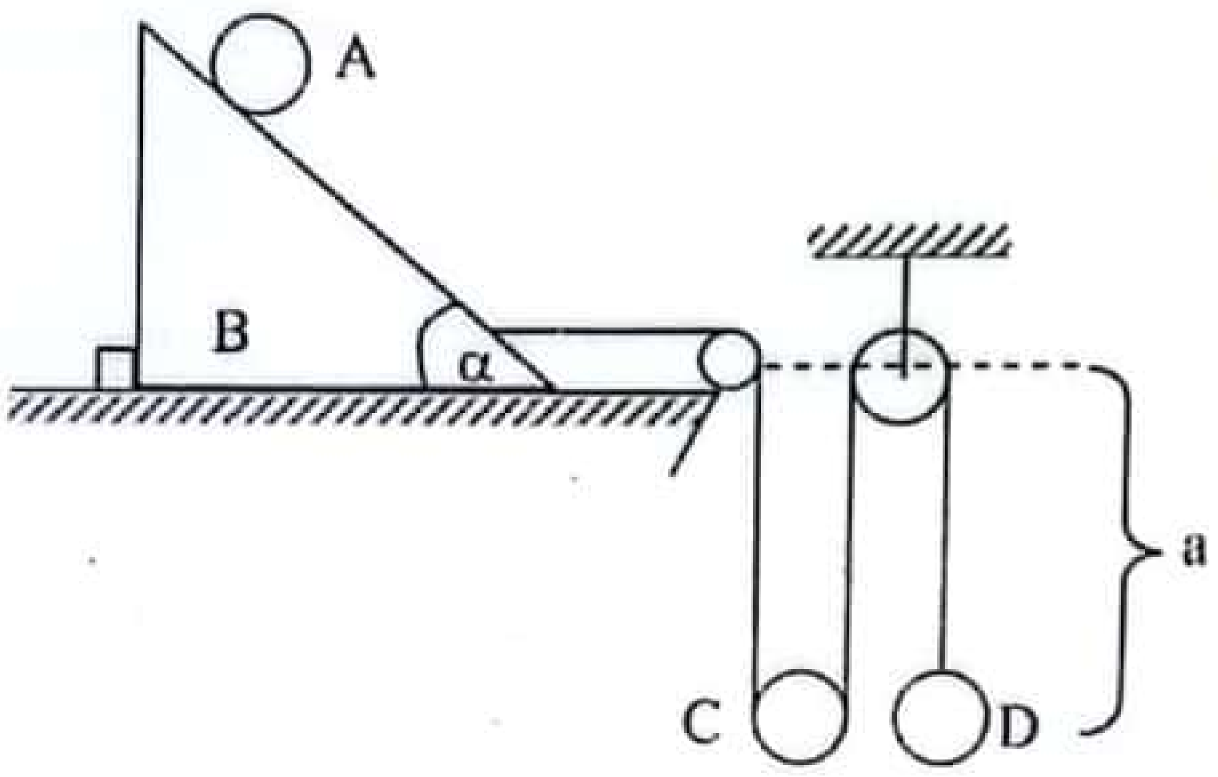
v) B ට නිසල ජලයේ v වේගයකින් පිහිනිය හැකි නම්, LM ඔස්සේ පිහිනන විට පොළොවට සාපේක්ෂව B ගේ ප්‍රවේගය $\frac{\sqrt{25v^2 - 19u^2}}{5}$ බව පෙන්වන්න.

මෙවිට B පිහිනිය යුතු දිශාව ඉවුර සමග θ කෝණයක් සාදන්නේ නම්, cos θ, v සහ u ඇසුරින් ප්‍රකාශ කරන්න.

එනයින් $5v > \sqrt{19}\,u$ වන්නේනම් පමණක් B ට LM ඔස්සේ පිහිනිය හැකි බව පෙන්වන්න.

22 A/L අපි [papers grp]

13) සුමට තිරස් තලයක් මත තබා ඇති ස්කන්ධය 2m වූ සුමට කුඤ්ඤයට එක් කෙළවරක් ඈඳූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක් තලය කෙළවර කුඩා අචල සුමට කප්පියක් මතින්ද, ස්කන්ධය 4m වූ සචල C කප්පියක් යටින් ද, සිලිමෙහි එල්ලූ අචල කප්පියක් මතින්ද යවා එහි අනෙක් කෙළවර ස්කන්ධය m වූ D අංශුවකට ගැටගසා ඇත. ස්කන්ධය m වූ A අංශුවක් කුඤ්ඤයේ ආනත තලය මත ද C හා D, අචල කප්පි වල සිට a දුරක් සිරස්ව පහළින් ද තබා එකවර නිශ්චලතාවයෙන් මුදාහරින්නේ A ආනත තලයෙහි උපරිම බෑවුම් රේඛාව ඔස්සේ චලනය වන පරිදි වේ.



i) A, B, C හා D වස්තූන් මත ක්‍රියාකරන සියලුම බල රූප සටහනෙහි දක්වන්න. B හි ත්වරණය තිරස්ව a_1 ද D හි ත්වරණය සිරස්ව ඉහළට a_2 ද නම් C හි ත්වරණය a_1 සහ a_2 ඇසුරින් සොයන්න.

ii) ත්වරණ සෙවීම සඳහා අවශ්‍ය චලිත සමීකරණ ලියා දක්වා $a_1 = \frac{g(3 - \sin 2\alpha)}{(6 - \cos 2\alpha)}$ බව පෙන්වන්න.

iii) $a_1 = \frac{g}{2}$ යැයි දී ඇත්නම් $\alpha = \frac{1}{2}\tan^{-1}\frac{1}{2}$ බව පෙන්වන්න.

iv) α ට ඉහත අගය ඇතිවිට B, C, D වස්තුවල පොළොවට සාපේක්ෂ ත්වරණ g ඇසුරින් ලියා දක්වන්න. ඒ අනුව D වස්තුව කප්පියේ මට්ටමට ළඟාවන විට C පහළ බැස ඇති දුර $\frac{3a}{2}$ බව පෙන්වන්න.

CS CamScanner

14) a) i) O මූලයක් අනුබද්ධයෙන් A හා B ලක්ෂ්‍ය දෙකහ පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $\mathbf{a}$ හා $\mathbf{b}$ වේ. AB මත වූ C ලක්ෂ්‍යයක පිහිටුම් දෛශිකය $\mathbf{c} = \alpha\,\mathbf{a} + (1 - \alpha)\,\mathbf{b}$ මගින් ලබාදෙන බව පෙන්වන්න. මෙහි α පරාමිතියක් වේ.

ii) O මූලයක් අනුබද්ධයෙන් A, B, C හා D ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$, $3\mathbf{a}$ හා $5\mathbf{b}$ වේ. AD මත ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයක පිහිටුම් දෛශිකය $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ හා λ පරාමිතිය ඇසුරින් ලියා දක්වන්න.

BC මත ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයක පිහිටුම් දෛශිකය $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ හා μ පරාමිතිය ඇසුරින් ලියා දක්වා AD හා BC හි ඡේදන ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටුම් දෛශිකය සොයන්න. එම ඡේදන ලක්ෂ්‍යය මගින් AD ඡේදනය කරන අනුපාතයද ලියා දක්වන්න.

b) කාටීසිය තලයක සුපුරුදු අංකනයෙන් $3\mathbf{i} + 4\mathbf{j}$, $-2\mathbf{i} - 3\mathbf{j}$ හා $2\mathbf{i}$ ලක්ෂ්‍ය මත පිළිවෙලින් $2\mathbf{i} + \mathbf{j}$, $5\mathbf{i} - 4\mathbf{j}$ හා $a\mathbf{j}$ බල ක්‍රියා කරයි. මෙම බල පද්ධතිය මූල ලක්ෂ්‍යයේදී ක්‍රියාකරන F බලයකට හා 24 Nm යුග්මයකට තුල්‍ය වේ.

i) බල පද්ධතිය කාටීසිය තලයක ලකුණු කරන්න.

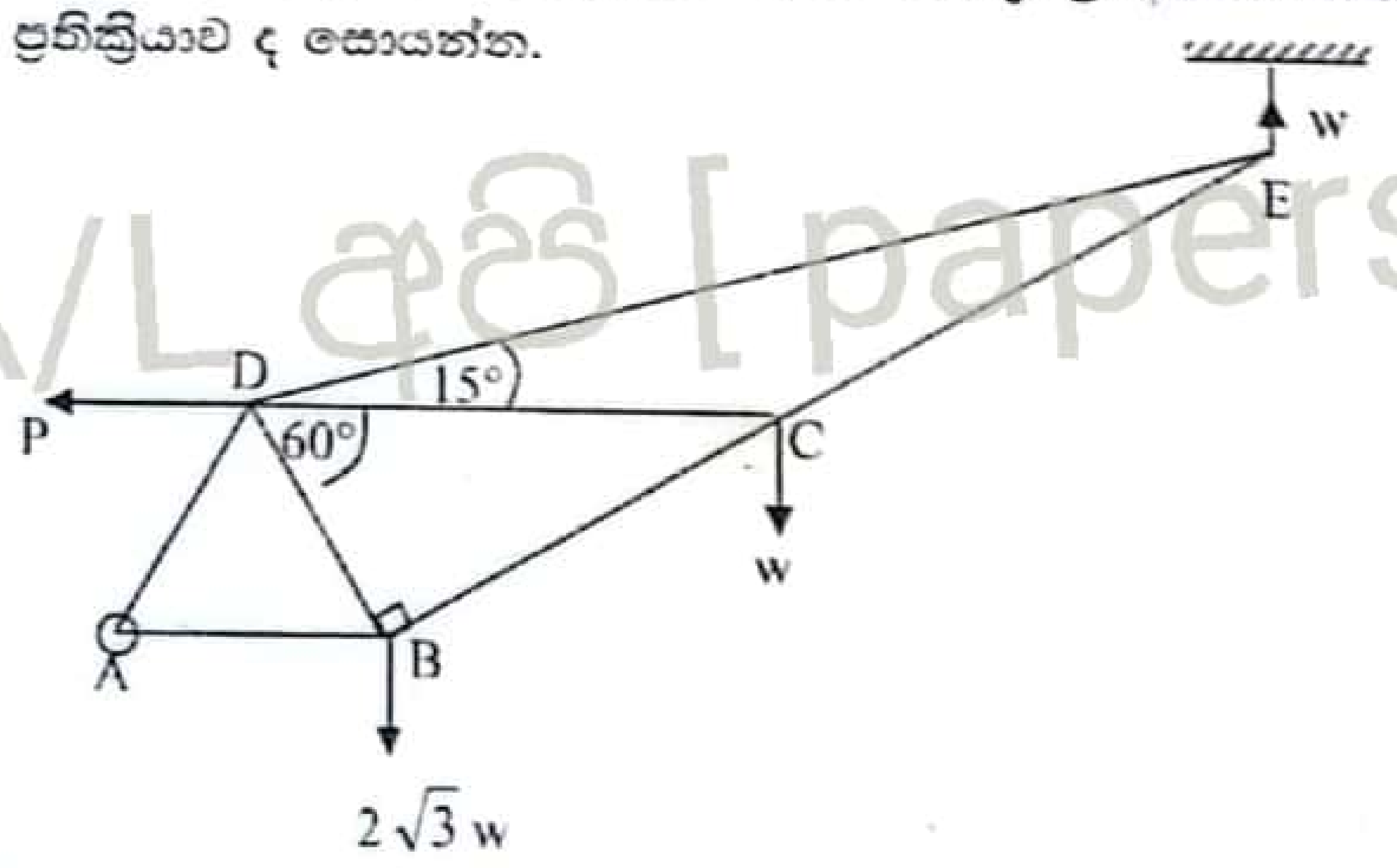
ii) a හි අගය සොයන්න.

iii) a හි එක් එක් අගය සඳහා F සොයන්න.

iv) a ධන අගය ගන්නා විට බල පද්ධතියට තුල්‍ය වන තනි බලයේ ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය ලියා දක්වන්න.

15) a) දිග $2a$ හා බර w බැගින් වූ ඒකාකාර AB, BC, CD, DE, EF හා FA දඬු හයක් B හා E කෙළවරවලදී දෘඪවද ඉතිරි කෙළවරවලදී සුමටව ද සන්ධිකර ABCDEF ෂඩාස්‍රය සකසා ඇත. සමාන සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තු දෙකක් මගින් පිළිවෙලින් AB හා CD දඬුවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යද, AF හා ED දඬුවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයද සම්බන්ධ කර තිබේ. පද්ධතිය A ශීර්ෂයෙන් එල්ලා BC හා FE සිරස් වන පරිදි සිරස් තලයක සමතුලිතව පවතී. තන්තුවල ආතති සොයා DC මගින් BC මත ඇතිකරන ප්‍රතික්‍රියාව ද සොයන්න.

b)



22 A/L අභි [papers grp]

AB, BC, CE, DE, DC හා AD යන සැහැල්ලු දඬු හතක් ඒවායේ කෙළවර වලදී සුමට ලෙස සන්ධිකර සාදන ලද රාමු සැකිල්ලක් රූපයේ දැක්වේ. ABD සමපාද ත්‍රිකෝණයක් වන අතර $D\hat{B}C = 90°$, $B\hat{D}C = 60°$, $C\hat{D}E = 15°$ හා DC = CE වේ. B හා C සන්ධිවලදී පිළිවෙලින් $2\sqrt{3}$ w හා w භාර දරන සැකිල්ල D හි දී යොදන ලද තිරස් P බලයක් හා E හිදී යොදන ලද සිරස් w බලයක් මගින් AB හා DC තිරස්වන පරිදි සිරස් තලයක සමතුලිතව රඳවා ඇත්තේ A සන්ධිය අචල ලක්ෂ්‍යයකට සුමටව අසව් කිරීම මගින් වේ.

i) P හි අගය සොයන්න.

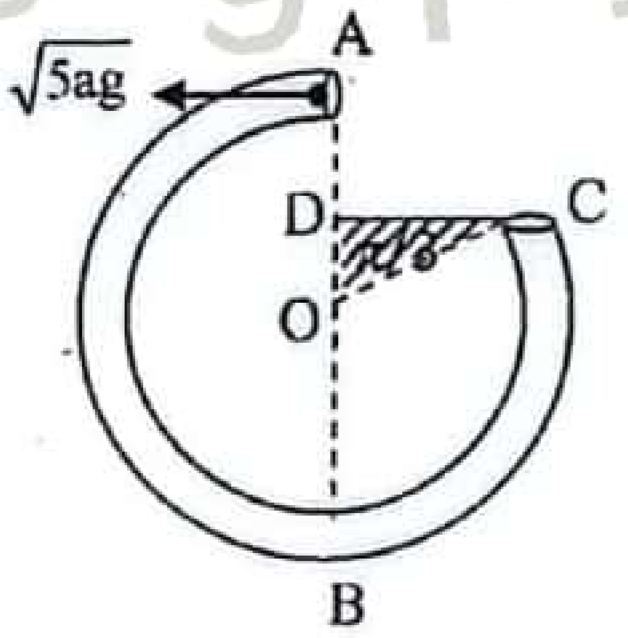
ii) බෝ අංකනය යෙදීමෙන් E, C, D හා B සන්ධි සඳහා ප්‍රත්‍යාබල සටහන් එකම රූපයක අඳින්න. ඒ නයින් සියලු දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල සොයා ඒවා ආතති හෝ තෙරපුම් වශයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.

16) a) අරය a වූ කුහර ගෝලයක සුමට අභ්‍යන්තර පෘෂ්ඨයේ පහලම ලක්ෂ්‍යයේ නිශ්චලව පවතින ස්කන්ධය m වූ අංශුවකට තිරස් u ප්‍රවේගයක් ලබාදෙන ලදී. අංශුව යටි අත් සිරස සමග θ කෝණයක භ්‍රමණයක් දක්වන මොහොතේ දී $\dot{\theta}^2 = \frac{1}{a^2}\left\{u^2 + 2ga(\cos\theta - 1)\right\}$ බව පෙන්වන්න.

එම අවස්ථාවේදී අංශුව මත ගෝලයෙහි ප්‍රතික්‍රියාව $\frac{mu^2}{a} + mg\,(3\cos\theta - 2)$ මගින් ලබාදෙන බව ද පෙන්වන්න.

22 A/L අපි [papers_grp]

b) සිහින් නලයකින් තනන ලද කේන්ද්‍රයෙහි $\frac{5}{3}\pi$ කෝණයක් ආපාතනය කරන අරය a වූ ABC වෘත්ත චාපය AB සිරස් වන පරිදි සවිකර ඇත්තේ එහි C කෙළවර CD වේදිකාවකට විවෘත වන පරිදි වේ. A, D, O හා B එකම සිරස් රේඛාවේ පිහිටයි. ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් A කෙළවර තබා එයට $\sqrt{5ag}$ තිරස් ප්‍රවේගයක් ලබාදෙන ලදී.



i) අංශුව B වෙත ළඟාවන විට එහි වේගය $3\sqrt{ag}$ බව පෙන්වන්න.

P අංශුව B හි නිශ්චලව පවතින ස්කන්ධය m වූ Q අංශුව සමග සරලව ගැටේ. ගැටුම සඳහා ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $\frac{1}{3}$ නම්,

ii) ගැටුමට මොහොතකට පසු P හා Q හි වේග පිළිවෙලින් $\sqrt{ag}$ හා $2\sqrt{ag}$ වන බව පෙන්වන්න. තවද,

Q අංශුව C හි දී නලයෙන් ඉවත් වී යන්තමින් වේදිකාවේ නොගැටී ගුරුත්වය යටතේ චලනය වන බවද P අංශුව $\frac{2\pi}{3}$ කෝණයක දෝලනයකට එලඹෙන බවද පෙන්වන්න.

CamScanner