www.MathsApi.com

A කොටස

1. ගණිත අභ්‍යුහනය මූලධර්මය භාවිතයෙන් සියලු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $2n^3 + 3n^2 + n$ යන්න 6 න් බෙදෙන බව පෙන්වන්න.

2. 1,2,3,4,5,6 හා 7 තිබිල 7න් වරකට තිබිල 3 බැගින් ගෙන සෑදිය හැකි සංකරණ ගණන සොයන්න. මෙම සංකරණ වලින් කොපමණ ප්‍රමාණයක 3 හා 5 තිබිල අඩංගු නොවේ ද?

Scanned with CamScanner

3. $|x-4| \leq 2x+1$

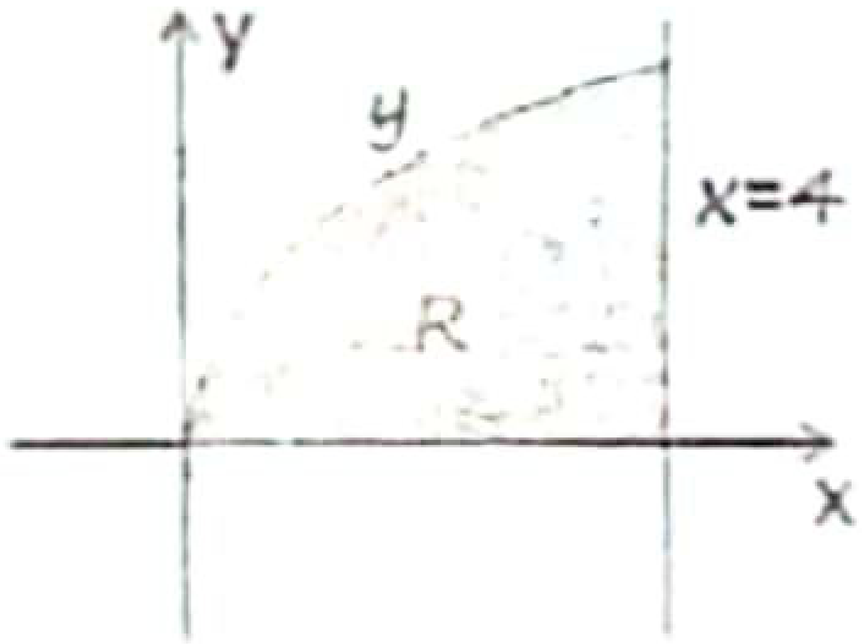
අසමානතාවය තෘප්ත කරන x හි සියලුම තාත්වික අගයන් කුලකය සොයන්න.

එනයින් $|x-4| = 1-2x$ සමීකරණය විසඳන්න.

4. ආර්ගන්ඩ් සටහනක $|z-2| \leq 2$ හා $-\frac{\pi}{2} \leq \arg(z) \leq \frac{\pi}{3}$ යන අසමානතාවය තෘප්ත කරන $\mathbb{Z}$ සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව නිරූපණය කරන E ප්‍රදේශය අඳුරු කරන්න. E ප්‍රදේශය තුළ $|\mathbb{Z}|$ උපරිම වන පරිදි $\mathbb{Z}$ සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව සොයන්න.

5 . $\lim_{x\to 0}\left(\frac{\sqrt{k^2-x}-k}{k\sin x}\right) = \frac{-1}{4}$ නම් k හි අගය සොයන්න.

6. $y = \sqrt{\frac{2x}{\sqrt{16+x^2}}}$ වක්‍රයෙන් $x = 4$ සරල රේඛාවෙන් හා $y = 0$ අක්ෂය මගින් ආවෘත වූ ප්‍රදේශය R යැයි ගනිමු. (රූප සටහන බලන්න.) x අක්ෂය වටා 2π රේඩියන් වලින් භ්‍රමණය කිරීමෙන් ජනනය වන ඝන වස්තුවේ පරිමාව $2\pi(\sqrt{2}-1)$ බව පෙන්වන්න.



www.MathsApi.com

7. $x = \frac{3at}{(1+t^2)}$ හා $y = \frac{3at^2}{(1+t^2)}$ මගින් වක්‍රයක පරාමිතික සමීකරණයක් නිරූපණය වේ. වක්‍රය මත වූ ලක්ෂ්‍යයක් වන (9, 27) දී ස්පර්ශකයේ සමීකරණය $3x + 4y - 135 = 0$ වන බව පෙන්වන්න.

8. l_1 හා l_2 යනු පිළිවෙලින් $3x + 2y = 4$ හා $x + 4y = 5$ මගින් දෙනු ලබන සරල රේඛා යැයි ගනිමු. l_1 හා l_2 හි ඡේදන ලක්ෂ්‍යය හරහා ගමන් කරන රේඛාව $4x - 3y = 2$ රේඛාවට ලම්බකව ඡේදනය වන ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

Scanned with CamScanner

9. S_1 හා S_2 යනු පිළිවෙළින් $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0$ හා $x^2 + y^2 - 4x - 10y - 7 = 0$ මගින් දෙනු ලබන වෘත්ත දෙකක් යැයි ගනිමු. S_1 හා S_2 ඡේදනය වන බව පෙන්වා එම ඡේදන ලක්ෂ්‍ය හරහා සහ $(3,0)$ ලක්ෂ්‍යය හරහා ගමන් කරන වෘත්තයේ සමීකරණය $7x^2 + 7y^2 - 8x - 50y - 39 = 0$ වන බව පෙන්වන්න.

10. $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ හා $0 < \emptyset < \frac{\pi}{2}$ සඳහා $\cos\theta + \cos\emptyset = a$ හා $\sin\theta + \sin\emptyset = b$ යැයි ගනිමු. $a, b \in \mathbb{R}$ වේ. $\sin(\theta + \emptyset) = \frac{2ab}{a^2 + b^2}$ බව පෙන්වන්න. $\theta = \frac{\pi}{3}$ හා $\emptyset = \frac{\pi}{6}$ විට $a = b$ බව සත්‍යාපනය කරන්න.

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි]
All Rights Reserved]

සබරගමුව පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව
சப்ரகமுவ பீடகைத் திணைக்களம்
Department of Examination - Sabaragamuwa

තෙවන වාර පරීක්ෂණය - 13 ශ්‍රේණිය
Third Term Test – Grade 13

සංයුක්ත ගණිතය – I **10 S I**

B කොටස

තෝරාගත් ප්‍රශ්න 05 (පහකට) පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11. (a). $(x+p)^2 + (x+q)^2 = n$ හි තාත්වික ප්‍රභින්න මූල දෙක α හා β නම්, $(p-q)^2 < 2n$ බව පෙන්වන්න.

$n = 2$ විට $|p-q| < 2$ වන බව අපෝහනය කරන්න.

$(p\alpha + q\beta) + (q\alpha + p\beta) + (p+q)^2 = 0$ බව පෙන්වන්න. එමගින් $(\alpha + 2\beta), (2\alpha + \beta)$ මූල වන වර්ගජ සමීකරණය $(x+a)^2 + (x+b)^2 = 2$ ආකාරයට ලිවිය හැකි බව පෙන්වන්න. මෙහි a හා b හි අගයන් සොයන්න. මෙහි p හා q තාත්වික නියත අගයන් වේ.

(b). $f(x)$ වර්ගජ ශ්‍රිතය $(x-2), (x-1), (2x+1)$ මගින් පිළිවෙලින් බෙදූවිට ශේෂය පිළිවෙලින් $-5, -6$, හා 0 වේ. $f(x)$ සොයන්න.

$g(x) = f(x).h(x) + 3x + 2$ නම් $3x + 2 = A(x-3) + B$ ආකාරයට $g(x)$ සකස් කිරීමෙන් $g(x), (x-3)$න් බෙදූවිට ශේෂය සොයන්න. A හා B නිර්ණය කළ යුතු තාත්වික නියත වේ.

12. ද්විපද ප්‍රසාරණ දැනුම භාවිතයෙන්

$$(1-x)^n \left(1+\frac{1}{x}\right)^n = \sum_{r=1}^{n} {}^{n}_{r}C_r \; (-1)^{n-r} \, (x)^{n-2r}$$ බව පෙන්වන්න.

$n = 12$ විට ඉහත ප්‍රසාරණයේ x වලින් ස්වායත්ත පදයේ සංගුණකය සොයන්න.

(b). COVID-19 රෝගීන් සිටින වාට්ටුවක සේවය කිරීම සඳහා වෛද්‍යවරු දෙදෙනෙකු, හෙද නිලධාරීන් තිදෙනෙකු හා කම්කරුවන් පස් දෙනෙකුගෙන් යුත් කණ්ඩායමක් තෝරා ගැනීමට රෝහල් අධ්‍යක්ෂවරයාට අවශ්‍යය වී ඇත. රෝහල තුළ පිරිමි වෛද්‍යවරු තිදෙනෙක්, ගැහැණු වෛද්‍යවරියන් දෙදෙනෙක, පිරිමි හෙද නිලධාරීන් හතර දෙනෙකු, ගැහැණු හෙද නිලධාරීන් තිදෙනෙකු හා කම්කරුවන් අට දෙනෙකු සිටිති.

i). ඉහත කණ්ඩායම තෝරා ගත හැකි එකිනෙකට වෙනස් ආකාර ගණන කොපමණද?

ii). ඉහත කණ්ඩායමේ අනිවාර්යයෙන් එක් වෛද්‍යවරියක් සමඟ අඩුම තරමින් එක් හෙදියක්ද සිටින සේ කණ්ඩායමට තෝරා ගත හැකි ආකාර ගණන සොයන්න.

(c). $r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $U_r = \frac{2(3-r)}{(r+1)(r+3)(r+5)}$ හා $v_r = \frac{Ar+B}{(r+1)(r+3)}$

$U_r = V_r - V_{r+2}$ වන පරිදි A සහ B තාත්වික නියතවල අගයන් සොයන්න. එනයින් $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා

$$\sum_{r=1}^{n} U_r = \frac{-1}{15} + \frac{n}{(n+2)(n+4)} + \frac{n+1}{(n+3)(n+5)}$$

බව පෙන්වන්න.

$\sum_{r=1}^{\infty} U_r$ අපරිමිත ශ්‍රේණිය අභිසාරී බව අපෝහනය කර එහි එකතුව සොයන්න.

$r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $w_r = \frac{2(3-r)}{(r+3)(r+5)}$ නම් ,$n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා

$$\sum_{r=1}^{n} \frac{6r-2r^2}{(r+1)(r+3)(r+5)} = \sum_{r=1}^{n} w_r + \frac{1}{15} - \frac{n}{(n+2)(n+4)} - \frac{n+1}{(n+3)(n+5)}$$

බව පෙන්වන්න.

13.(a). A යනු තුන්වන සනයේ නිර්ශූන්‍ය අවයව සහිත උඩත් ත්‍රිකෝණික න්‍යාසයකි.

$$A \cdot A^T = \begin{pmatrix} 14 & 23 & 18 \\ 23 & 25 & 30 \\ 18 & 30 & 36 \end{pmatrix}$$ වන පරිදි A න්‍යාසය සොයන්න.

$B = \begin{pmatrix} a-2 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}_{2\times 2}$ යැයි ගනිමු. $C = B + 2I$ වන පරිදි C න්‍යාසය සොයන්න. මෙහි I යනු දෙවන සනයේ ඒකක න්‍යාසයකි.

$C = C^{-1}$ වන පරිදි a හි අගය සොයන්න.

(b). (i). ද මුවාවර් ප්‍රමේයය භාවිතයෙන් . $(\overline{Z^n}) = (\bar{Z})^n$ බව පෙන්වන්න.

$(Z) = \sqrt{2}(1+i)$ නම්, $(\bar{Z})^{10}$ මගින් නිරූපණය වන සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව සොයන්න.

(ii). Z_1 සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව A ලක්ෂය මගින්ද, Z_2 සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව B ලක්ෂය මගින්ද, නිරූපණය කරයි. AB රේඛාව $m : n$ අනුපාතයෙන් අභ්‍යන්තරව බෙදෙන C ලක්ෂය මගින් නිරූපණය වන Z සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව $\frac{nZ_1 + mZ_2}{n+m}$ බව පෙන්වන්න.

(iii). $W = \frac{1+Zi}{Z+i}$ වේ. W හුදෙක් අතාත්වික නම්, Z ද හුදෙක් තොත්වික බව පෙන්වන්න.

(iv). $Z = \frac{1}{2}(1+\sqrt{3}\,i)$ Z , Z^2 ,Z^3 නිරූපණය කරන ලක්ෂය ආගන්ඩ් සටහනක ලකුණු කරන්න. එම ලක්ෂය මගින් නිරූපණය වන ත්‍රිකෝණයෙහි පරිකේන්ද්‍රය මගින් නිරූපණයවන සංඛ්‍යාව $Z - Z^2 + Z^3$ බවද, ලබාගන්න.

Scanned with CamScanner

14.(a). $x \neq -1$ සඳහා $f(x) = \frac{(x+2)}{(x+1)^2}$ යැයි ගනිමු. $x \neq -1$ සඳහා $f(x)$ ව්‍යුත්පන්නය $f'(x)$ නම්
$f'(x) = \frac{-(x+3)}{(x+1)^3}$ බව පෙන්වන්න.

$x \neq -1$ සඳහා $f''(x) = \frac{2(x+4)}{(x+1)^4}$ දී ඇත. ස්පර්ශෝන්මුඛ, y අන්තඃඛණ්ඩය හා හැරුම් ලක්ෂ්‍ය දක්වමින් $y = f(x)$ ප්‍රස්තාර දළ සටහනක් අඳින්න. තවද $y = f(x)$ ප්‍රස්තාරයේ නතිවර්තන ලක්ෂ්‍යවල x ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

(b). ලෝහ දණ්ඩක දිග $50m$ වන අතර එය කොටස් දෙකකට වෙන් කරනු ලැබේ. එලෙස කපාගත් කොටස් වලින් කොටස් අපතේ නොයන ලෙස හා එක මත එක නොපිහිටන පරිදි වෘත්තාකාර හා සමචතුරස්‍රාකාර රාමු යුගලක් නිර්මාණය කරයි. එම රාමු යුගලෙන් ආවරණය වන ප්‍රදේශයන්හි වර්ගඵල වල එකතුව අවම වන පරිදි රාමු යුගල නිර්මාණය කරගත යුතු නම් ලෝහ මේ සඳහා දණ්ඩෙන් කපාගත යුතු කොටස් වල දිග වෙන වෙනම සොයන්න.

15. (a). $x^{\frac{1}{3}} = t$ ආදේශය මගින් අන් ක්‍රමයකින් $\int \frac{1+x^{\frac{-2}{3}}}{1+x}dx$ අනුකලනය කරන්න.

(b). කොටස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිතයෙන් $\int x^3 \cos(x^2)\, dx$ සොයන්න.

(c). $\int_0^a f(x)dx = \int_0^a f(a-x)dx$ බව පෙන්වන්න.

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{x}{\sin x + \cos x} dx = \frac{\pi}{4}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\sin x + \cos x} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}}\ln\left(\sqrt{2}+1\right)$$

බව පෙන්වන්න.

16. (α, β)ලක්ෂ්‍යයක සිට $l \equiv ax + by + c = 0$ රේඛාවට ලම්බ දුර $\frac{|a\alpha + b\beta + c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$ මගින් ලැබෙන බව පෙන්වන්න.

$A \equiv (1, -1)$ ලක්ෂ්‍ය සිට $l \equiv 12x - 5y + 22 = 0$ රේඛාවට ලම්බ දුර සොයන්න. එනයින් A කේන්ද්‍රය වන l ස්පර්ශකයක් වන පරිදි S_1 වෘත්ත සමීකරණය ලබාගන්න. එම ස්පර්ශක ලක්ෂ්‍යය P නම්.

AP රේඛාව මත C කේන්ද්‍රය පවතින S_1 සමග ප්‍රලම්බව ඡේදනය වන, l ජ්‍යායක් වන පරිදි ඇති විචල්‍ය වෘත්තයේ සමීකරණය λ මගින් ලබාගන්න. මෙහි λ යනු විචල්‍ය වෘත්තයේ කේන්ද්‍රයේ x ඛණ්ඩාංකය වේ. මෙම විචල්‍ය වෘත්තයේ අරය ඒකක 4ක් වේ නම්, CA රේඛාව P හි බෙදෙන අනුපාතය $CP : PA = 2 : 3$ බවද ලබාගන්න.

17.

(a). $-\pi < \theta < \pi$ සඳහා $\sin\theta - \sin 2\theta + \sin 3\theta = 0$ විසඳන්න

(b). ABC ත්‍රිකෝණයේ BAC කෝණයේ සමච්ඡේදකය BC පාදය D හිදී හමුවේ නම් ABD ත්‍රිකෝණයට සයින් සූත්‍රය දීමෙන් $AD = \frac{ac\sin B}{(b+c)\sin\frac{A}{2}}$ බව පෙන්වා ,

ABC ත්‍රිකෝණයට සයින් සූත්‍රය යෙදීමෙන් AD සඳහා ප්‍රකාශයක් ගොඩනගා එවා විසඳීමෙන

$AD(b + c) = 2bc\cos\frac{A}{2}$ බව පෙන්වන්න

තවද $AD = l$ ද විට $a = (b+c)\left(1 - \frac{l^2}{bc}\right)^{\frac{1}{2}}$ බව පෙන්වන්න

(c). $\tan^{-1}\left(\frac{1}{2(p+1)^2}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{2p+3}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{1}{2p+1}\right) = 0$ බව පෙන්වන්න

Scanned with CamScanner

A කොටස

1. සුමට තිරස් මේසයක් මත තබා ඇති ස්කන්ධය m වන A නම් සුමට කුඩා ගෝලයක් u ප්‍රවේගයෙන් ගොස් නිසලව ඇති සමාන තරමේ ස්කන්ධය $2m$ වන B නම් සුමට කුඩා ගෝලයක් සමග සරල ලෙස ගැටේ. ගෝල අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e වේ. ගැටුමෙන් පසු A හි චලිත දිශාව ප්‍රතිවර්ත වූයේ නම් $e > \frac{1}{2}$ බවද චාලක ශක්ති හානිය $E > \frac{1}{4} mu^2$ බවද පෙන්වන්න.

2. තිරස් පොළොව මත වූ O ලක්ෂ්‍යයක සිට තිරසට $\theta\ (0 < \theta < \frac{\pi}{2})$ කෝණයකින් $u = \sqrt{3ga}$ ප්‍රවේගයක් සහිතව ප්‍රක්ෂේප කරන ලද අංශුවක් ගුරුත්වය යටතේ චලනය වී P ලක්ෂ්‍යයක ඇති ඉලක්කයක වදී. P හි O සිට මනිනු ලබන තිරස් හා සිරස් දුරවල් පිළිවෙලින් a හා λa වේ. මෙහි λ යනු නියතයකි. $\lambda < \frac{4}{3}$ විට ප්‍රක්ෂේපණ දිශා දෙකක් ඇති බව පෙන්වන්න.

[අනෙක් පිටුව බලන්න

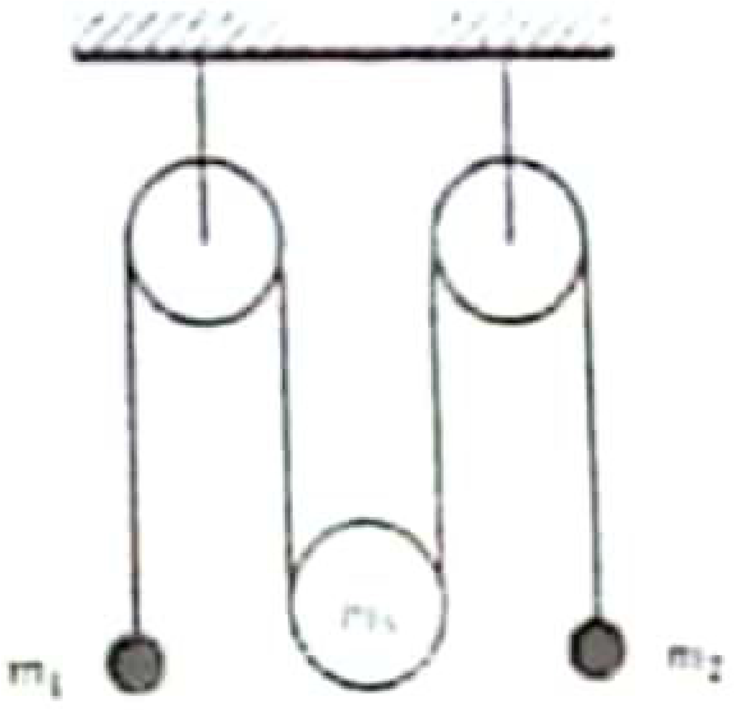
Scanned with CamScanner

3. ස්කන්ධය මෙට්‍රික් ටොන් M වන රථයක් $V\ \mathrm{kmh^{-1}}$ නියත වේගයෙන් R N නියත ප්‍රතිරෝධයක් යටතේ ධාවනය කරන විට එහි එන්ජිම H kw ක්ෂමතාවෙන් ක්‍රියා කරයි නම් $RV = 3600H$ බව පෙන්වන්න. දැන් එන්ජිම අක්‍රිය කර තිරිංග යෙදූ විට a km දුරකදී රථය නිශ්චලතාවයට පත්වේ. මුළු චලිතය සඳහා මාර්ග ප්‍රතිරෝධය නොවෙනස් බව උපකල්පනය කර තිරිංගවල මන්දන බලය R' නම්

$$R'aV = \frac{25}{648}MV^3 - 3600Ha$$ බව පෙන්වන්න.

4. රූපයේ පරිදි තිරස් සිවිලිමක එල්ලා ඇති අචල සුමට කප්පි දෙකක් මතින් යන ලුහු අවිතන්‍ය තන්තුවක දෙකෙළවර ට සමාන තරමේ m_1 හා m_2 අංශු දෙකක් ද කප්පි අතර චලනය වන සුමට ස්කන්ධය m_3 ක් වන කප්පියක් ද සියලු තන්තු කොටස් සිරස් වන පරිදි තබා නිශ්චලතාවයෙන් මුදා හරිනු ලැබේ.
තන්තුවේ ආතතිය

$$T = \frac{4m_1m_2m_3g}{4m_1m_2+m_2m_3+m_1m_3}$$ බව පෙන්වන්න.



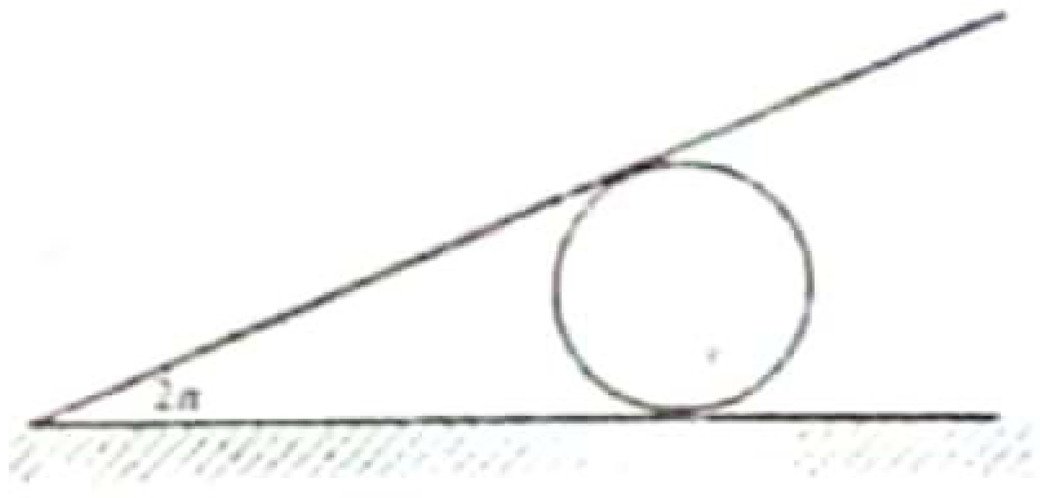
Scanned with CamScanner

5. $\overrightarrow{OA} = a - 2b$, $\overrightarrow{OB} = 3a + b$ හා $OA \perp OB$ නම් $a.b = \frac{3}{5}|a|^2 - \frac{2}{5}|b|^2$ බව පෙන්වන්න.

$|a| = 1$ හා $|b| = 2$ නම් a හා b අතර කෝණය සොයන්න.

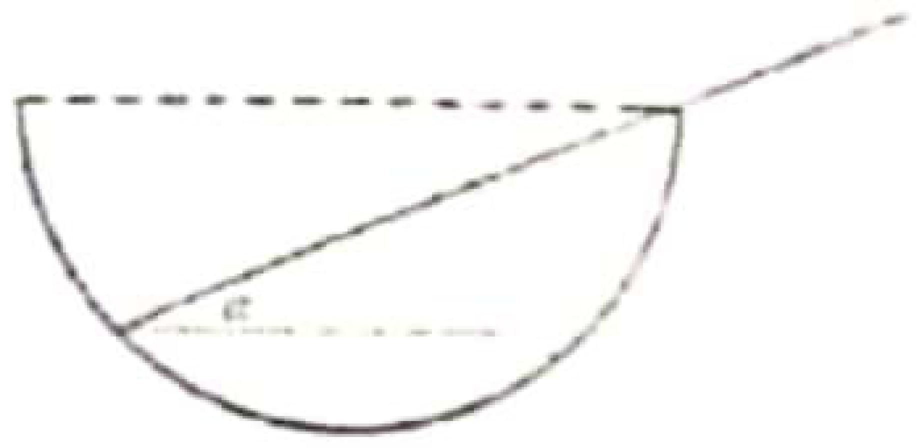
6. රූපයේ දැක්වෙන රළු තිරස් තලයකට සවිකර ඇති අරය r වූ සුමට ගෝලයක් ස්පර්ශ කරමින් ඒකාකාර $2b$ දිග දණ්ඩක් ගෝලයේ කේන්ද්‍රය හරහා යන සිරස් හරස්කඩකි. දණ්ඩේ තිරසට ආනතිය 2α වන අතර $b < r\cot\alpha$ වේ. දණ්ඩ හා තිරස් තලය අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය μ නම්,

$$\mu \geq \frac{b \sin 4\alpha}{2(r \cot\alpha - b\cos^2 2\alpha)}$$ බව පෙන්වන්න.



Scanned with CamScanner

7. අචලව සවිකර ඇති සුමට අර්ධ ගෝලාකාර පාත්‍රයක් තුළ සමතුලිතව තබා ඇති W බර ඒකාකාර දණ්ඩක ගෝලයේ කේන්ද්‍රය හරහා යන සිරස් හරස්කඩක් රූපයේ දක්වා ඇත. පාත්‍රයේ දාරය තිරස් වන අතර දණ්ඩ තිරසට α කෝණයක් ආනත වේ. ගෝලය මගින් දණ්ඩ මත ඇතිකරන ප්‍රතික්‍රියා W හා α ඇසුරින් සොයන්න.



8. l දිගැති සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක දෙකෙළවරට M හා m ස්කන්ධ ඇති අංශු දෙකක් ගැට ගසා සුමට තිරස් මේසයක් මත තබා ඇත. ආරම්භයේදී අංශු දෙකම එකම ස්ථානයේ තබා m ස්කන්ධය සහිත අංශුවට පමණක් u ප්‍රවේගයක් දෙනු ලැබේ. එම මොහොතේ සිට M අංශුව චලනය වී l දුරක් ගමන් කරන මොහොත දක්වා ගත වූ මුළු කාලය $\frac{l}{m}(M + 2m)u$ බව පෙන්වන්න.

[පෙරළා බලන්න

9. A, B යනු S අවකාශයේ ඇති නිරවශේෂ සහ අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර වන සිද්ධි දෙකකි. C යනු එම S අවකාශයේ පවතින A සහ C ස්වායත්ත වන තවත් සිද්ධියකි. $P(A) = \frac{2}{5}$ ද $P(C) = \frac{1}{2}$ ද නම්

(i) $P(B)$ සොයන්න.

(ii) $P(A' \cap C')$ සොයන්න.

Maths q8.com

10. ධන නිඛිල පහකින් යුත් එක මාත සංඛ්‍යා කුලකයක අවයව අවරෝහණ පිළිවෙලට සැකසූ විට අවසාන සංඛ්‍යාව 31 වේ. මෙම සංඛ්‍යා පහෙහි මධ්‍යනය 35 ද මධ්‍යස්ථය 36 ද වන අතර මාතය හා මධ්‍යස්ථය සමාන නොවේ. එවැනි කුලක හතරක් පවතින බව පෙන්වන්න.

Scanned with CamScanner

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි
All Rights Reserved]

සබරගමුව පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව
சப்பிரகமுவ மாகாணக் கல்வித் திணைக்களம்
Department of Examination - Sabaragamuwa

තෙවන වාර පරීක්ෂණය - 13 ශ්‍රේණිය
Third Term Test – Grade 13

සංයුක්ත ගණිතය – II   **10 S II**

B කොටස

තෝරාගත් ප්‍රශ්න 05 (පහකට) පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11. a) කුළුනක මුදුනේ O ලක්ෂයක සිට අංශුවක් ගුරුත්වය යටතේ සිරුවෙන් මුදා හරියි. එය $x\ m$ දුරක් චලිත වූ පසු දෙවන B අංශුවක් O සිට $y\ m$ පහළින් වූ P ලක්ෂයකින් නිශ්චලතාවයේ සිට ගුරුත්වය යටතේ මුදා හරියි. A හා B අංශු දෙකම එකම මොහොතේ කුළුන පාමුලට පැමිණේ නම් අංශු දෙකෙහිම චලිතය සඳහා ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්ථාරය එකම සටහනක ඇඳ කුළුනේ උස $\frac{(x+y)^2}{4x}$ බව පෙන්වන්න.

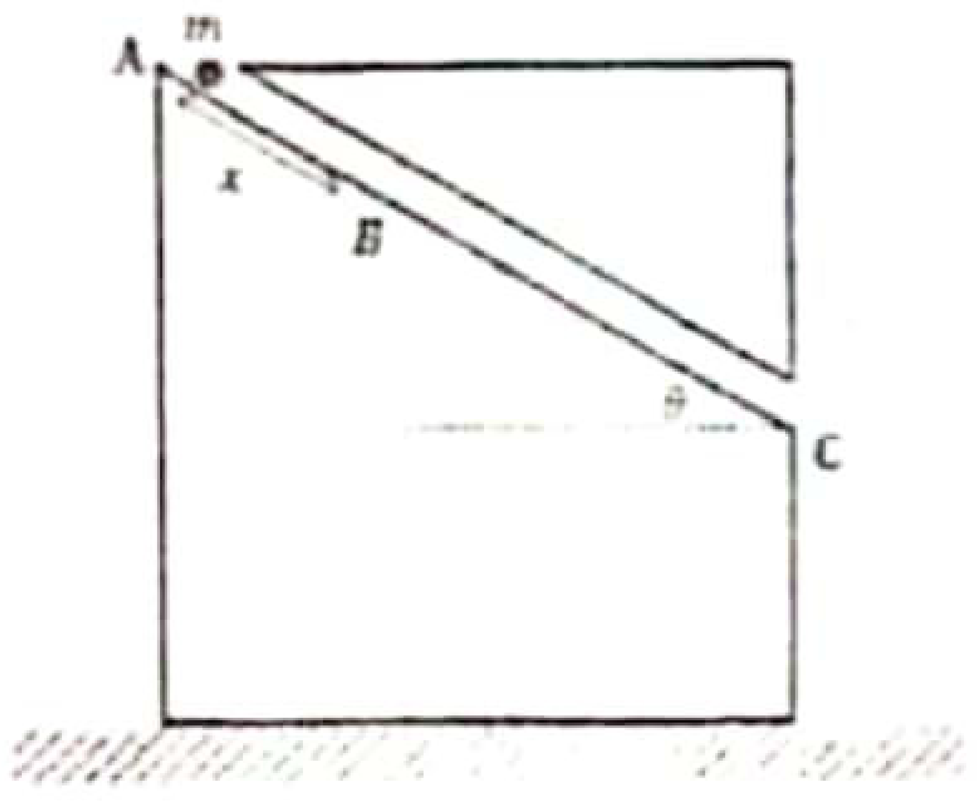
b) A තුරුළු තුඩුවක සිට කුරුල්ලෙකු උතුරින් θ කෝණයකින් නැගෙනහිර දිශාවෙන් පිහිටි B තුඩුවක් වෙත පියාසර කරයි. $AB = a\ m$ වන අතර නිසල වාතයේ කුරුල්ලාගේ උපරිම ප්‍රවේගය $V\ ms^{-1}$ වේ. සුළඟ $U\ ms^{-1}$ $(U < V)$ ක ප්‍රවේගයෙන් දකුණට හමයි. කුරුල්ලාගේ A සිට B චලිතය සහ B සිට A චලිතය සඳහා ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණය එකම සටහනක ඇද A සිට B චලිත කාලය t_1 හා B සිට A දක්වා කාලය t_2 නම් හා V, U ට අනුලෝමව සමානුපාතික නම්

$t_1 - t_2 = \frac{2a\cos\theta}{U(k^2-1)}$ බව පෙන්වන්න. මෙහි k යනු නියතයකි.

12. a) ස්කන්ධය M වන ඝනකයක සමාන්තර මුහුණත් දෙකක එක් මුහුණතක මධ්‍ය ලක්ෂයේ සිට අනෙක් මුහුණතේ ඉහළ දාරයේ මධ්‍ය ලක්ෂය දක්වා ඒකාකාර සිදුරක් හාරා ඇත. ඝනකය තිරස් සුමට මේසයක් මත තබා ඇත. ඝනකයේ සිරස් හරස්කඩක් රූපයේ දක්වා ඇත. මෙහි A කෙළවරින් ස්කන්ධය m වන පබළුවක් තබා පද්ධතිය සිරුවෙන් මුදාහරී. $AB = x$ පිහිටුමේ දී පබළුවේ ඝනකයට සාපේක්ෂව ත්වරණය

$\ddot{x} = \frac{(M+m)g\sin\theta}{M+m\sin^2\theta}$ බව පෙන්වන්න.

ඝනකයේ පැත්තක දිග $2a$ නම් පබළුව C හි ඇති විට ඝනකයේ චාලක ශක්තිය $\frac{4Mm^2ga}{(M+m)(5M+m)}$ බව පෙන්වන්න.



b) රූප සටහනේ දැක්වෙන්නේ AB තිරස් නලයකින් හා කේන්ද්‍රය O ද අරය a වූද BC අර්ධ වෘත්තාකාර නල කොටසකින් සමන්විත නලයකි. එහි B හි m ස්කන්ධයක් ඇති අංශුවක් නිසලව තබා $2m$ ස්කන්ධයක් සහිත අංශුවක් u ප්‍රවේගයෙන් A සිට නලය තුළට චලනය කරයි. අංශු දෙක ගැටී හාවී චලනය වේ. සංයුක්ත අංශුව P හි ඇති විට OP සිරස සමග සාදන යටි අත් කෝණය θ විට එහි ප්‍රවේගය

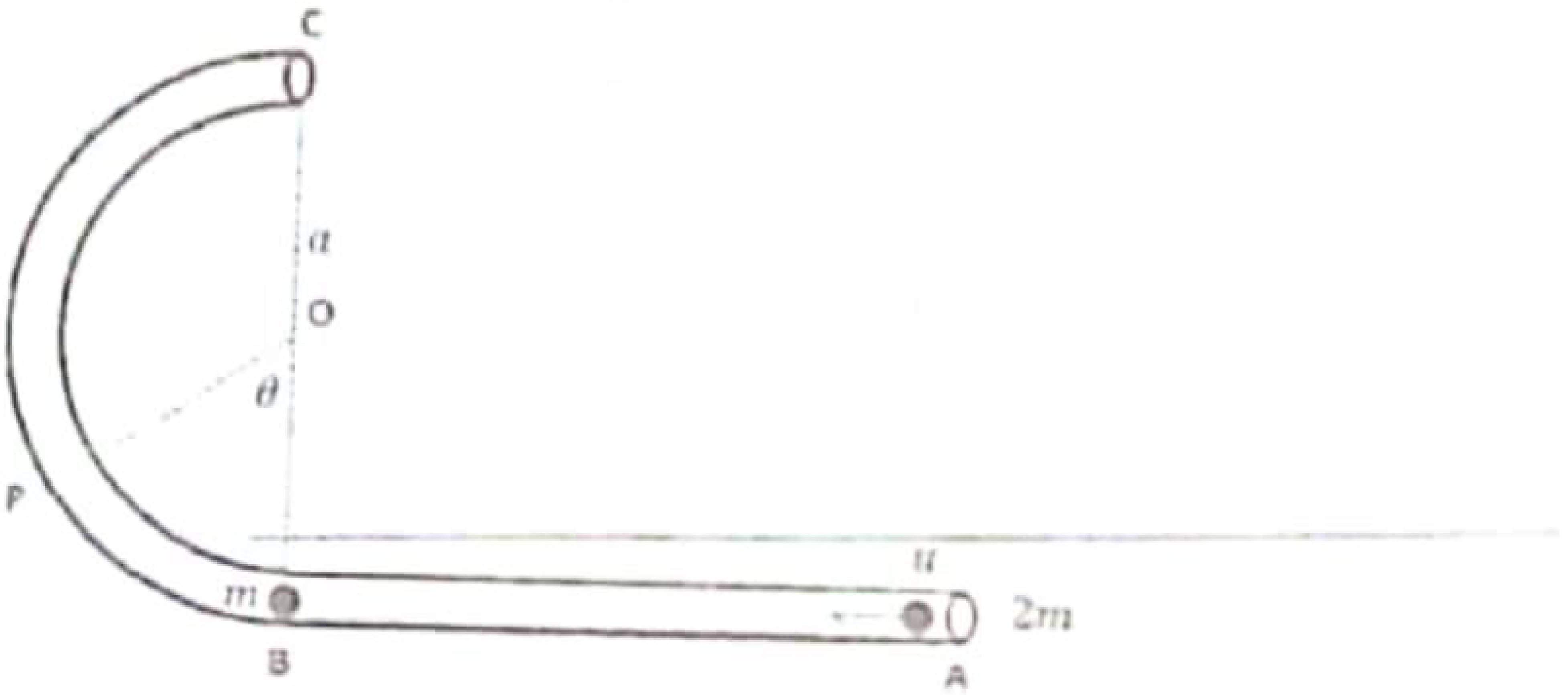
$\frac{4u^2}{9} - 2ga(1 - \cos\theta)$ බව පෙන්වන්න.

තවද අංශුව මත නලයෙන් ඇතිවන ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.

සංයුක්ත අංශුව C කෙලවරින් පිටවේද, AB $= 2a$ නම් ද

i). $u > 3\sqrt{ga}$ බවද

ii). සංයුක්ත අංශුව A මතට පතිත වේ නම් $u = \frac{3}{2}\sqrt{5ga}$ බවද පෙන්වන්න.



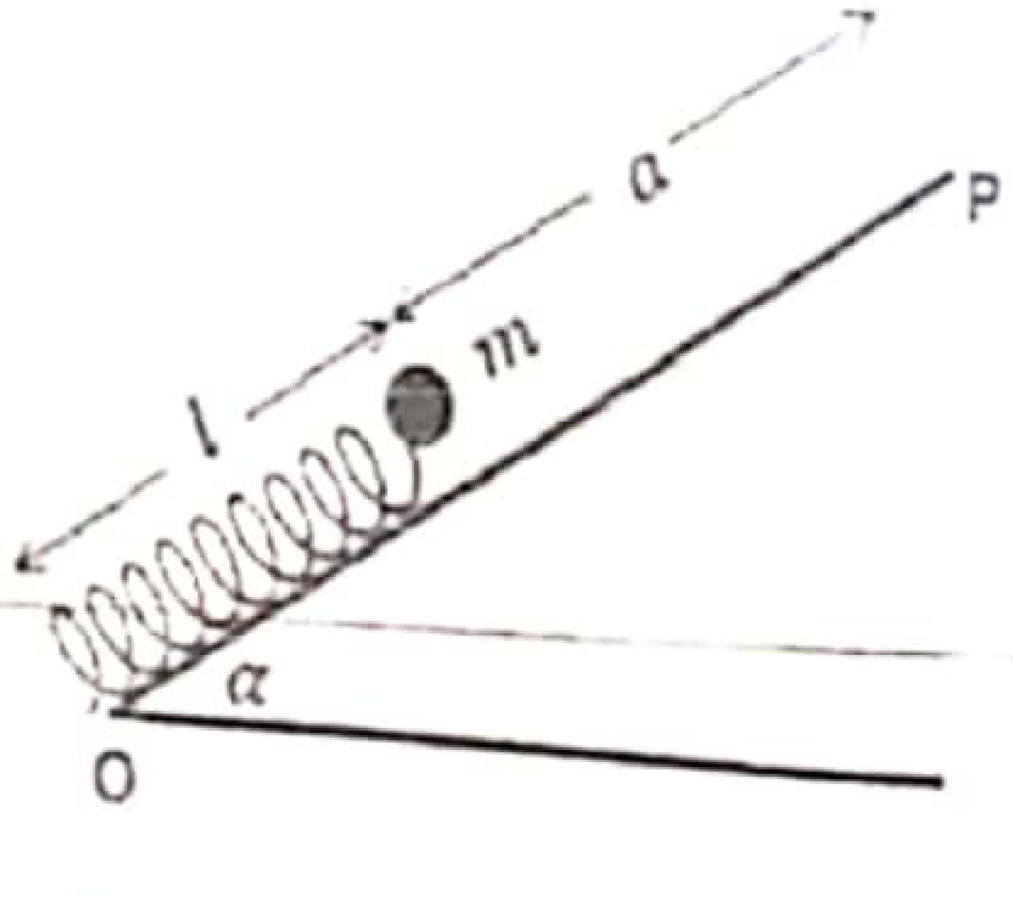
13. සුමට ආනත තලයක තබා ඇති ස්කන්ධය m සහිත අංශුවක් ප්‍රත්‍යස්ථතා මාපාංකය $2mg$ වන සර්පිල දුන්නකට සවිකර දුන්නේ අනික් කෙළවර O ලක්ෂයකදී තිරස් බිමකට සවිකර ඇත. සර්පිල දුන්නේ මුල් දිග l වන අතර අංශුව රූපයේ පරිදි ආනත තලය දිගේ P දක්වා ඇද නිශ්චලතාවයෙන් මුදා හරිනු ලැබේ. මෙහි OP $= l + a$ වේ. සුදුසු ආදේශයක් භාවිතයෙන් හෝ අන් ක්‍රමයකින් ඉහත චලිතය $\ddot{y} + \omega^2 y = 0$ ආකාර වන බව පෙන්වන්න. එහි විසඳුම $y = A\sin\omega t + B\cos\omega t$ ආකාර වේ. A, B හා ω නියත නිර්ණය කරන්න. නැවත ප්‍රවේගය ශුන්‍ය වන මොහොතේ දී තිරස් තලයේ සිට අංශුව පිහිටන සිරස් උසද ගතවී ඇති කාලයද සොයන්න.

එම පිහිටීමේදී අංශුවේ ස්කන්ධයෙන් හරි අඩක් සීරුවෙන් ක්ෂණිකව ඉවත් කරයි. $\alpha = \frac{\pi}{6}$ ලෙස ගෙන පසු චලිතය $\ddot{x} + \omega^2 x = 0$ ආකාරයේ සරල අනුවර්තීය වන බව පෙන්වන්න.

මෙහි x යනු O සිට ආනත තලය දිගේ $\frac{7l}{8}$ ක දුරක සිට ඉහළට මනින විස්ථාපනය වේ. අංශුව ළමන් කරන උපරිම සිරස් උස ද ඒ සඳහා ගතවන කාලය ද සොයන්න. .

එම උපරිම උසේදී දුන්න සීරුවෙන් ඉවත් කරයි නම් නැවත O වෙත ලගාවන විට අංශුවේ සියළු චලිත සඳහා ගතවී ඇති මුළු කාලය

$(2 + \sqrt{2})\pi\sqrt{\frac{l}{8g}} + \sqrt{\frac{5l + 4a}{g}}$ බව පෙන්වන්න.



Scanned with CamScanner

14. a) O ලක්ෂය අනුබද්ධයෙන් A හා B ලක්ෂවල පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $2\underline{a}$ හා $2\underline{b}$ වේ. OB සහ BA හි මධ්‍ය ලක්ෂ පිළිවෙලින් C සහ D වන අතර BD මත E ලක්ෂය පවතින්නේ $EB : ED = \lambda : 1$ වන පරිදි වේ. මෙහි $\lambda \in \mathbb{R}^+$ වේ. CD සහ OE රේඛාවල ඡේදන ලක්ෂය F වේ. λ, $\underline{a}$ සහ $\underline{b}$ ඇසුරෙන්

i) $\overrightarrow{OE}$ සොයන්න.

ii) $\overrightarrow{OF}$ සොයන්න.

iii) $\overrightarrow{FD}$ සොයන්න.

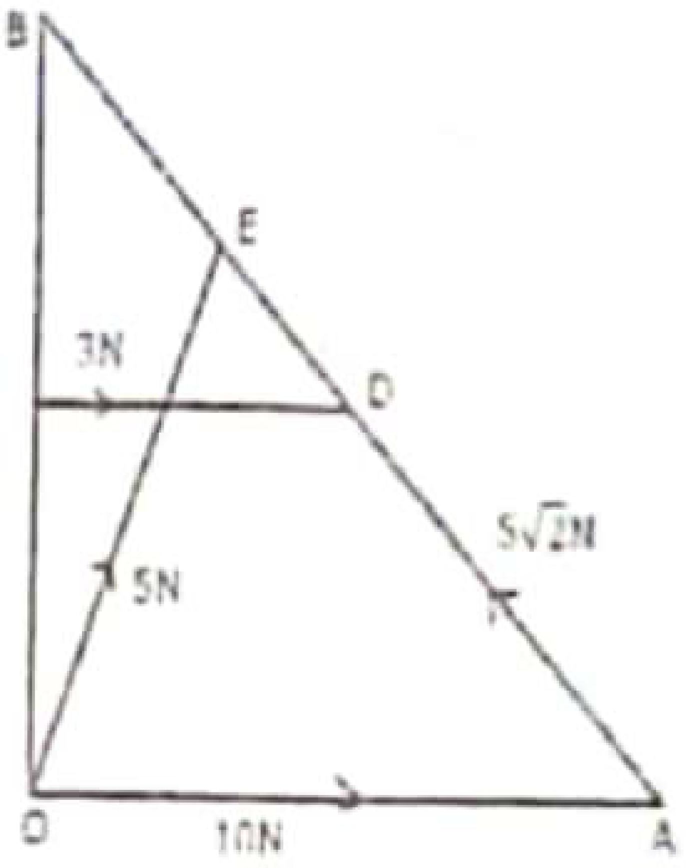
iv) F යනු CD හි මධ්‍ය ලක්ෂය නම් $BE : EA = 1 : 2$ බව පෙන්වන්න.

b) AOB ත්‍රිකෝණයේ $A\hat{O}B = \frac{\pi}{2}$ ද $OA = OB = 4\,m$ ද වේ. රූපයේ පරිදි $10N$, $5\sqrt{2}\,N$, $3N$, $\sqrt{5}\,N$ බල පිළිවෙලින් OA, AB, CD සහ OE පාද ඔස්සේ ක්‍රියා කරයි.

i) සම්ප්‍රයුක්ත බලයේ විශාලත්වය හා දිශාව සොයා එය OA ඡේදනය වන ලක්ෂයට O සිට ඇති දුර සොයන්න.

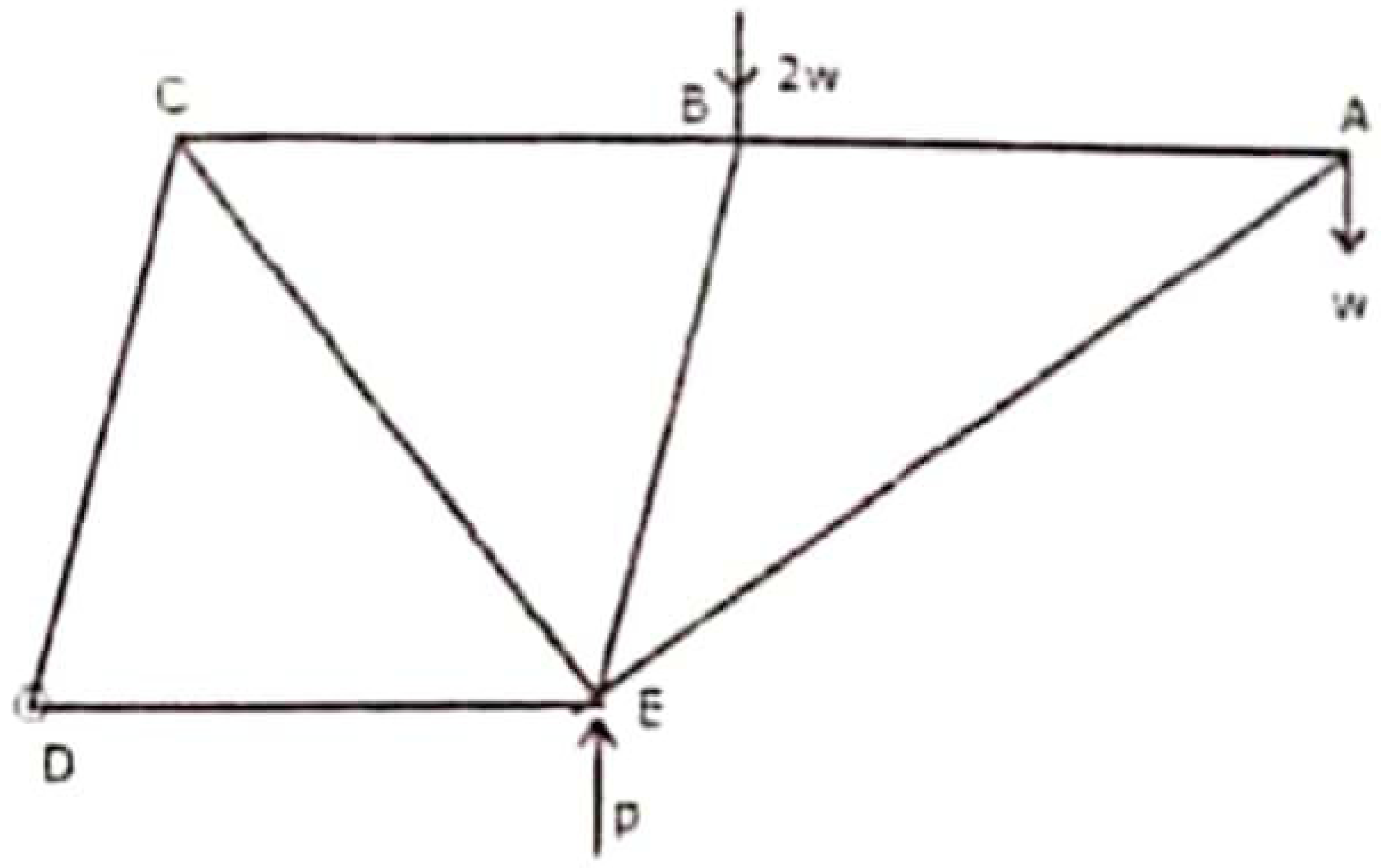
ii) ඉහත පද්ධතිය වාමාවර්තව $32Nm$ වන යුග්මයකට තුල්‍ය වන පරිදි යෙදිය යුතු නව තනි බලයේ විශාලත්වයත් දිශාවත් ක්‍රියා රේඛාව CD ඡේදනය වන ස්ථානයට C සිට ඇති දුරත් සොයන්න.

iii) මෙම යුග්මය සහිත පද්ධතියෙන් OA මත ඇති $10N$ ක බලය ඉවත් කලේ නම් නව පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්ත බලයේ විශාලත්වය හා දිශාව ක්‍රියා රේඛාව OB ඡේදනය වන ලක්ෂයට O සිට ඇති දුරත් සොයන්න.



15. a) බර w බැගින් වූ දඬු හතරක් A, B, C, D ලක්ෂවලදී සුමටව සන්ධි කර A වලින් එල්ලා සමතුලිතව තබා ඇත්තේ AB හා AD හි මධ්‍ය ලක්ෂ යා කරන සැහැල්ලු දණ්ඩක් හා B හා D සන්ධි වලදී එල්ලන ලද w භාර මගිනි $B\hat{A}D = 2\alpha$ ද $B\hat{C}D = 2\theta$ ද $AB = AD = 2a$ ද නම් C සන්ධියේ ක්‍රියාව හා සැහැල්ලු දණ්ඩේ තෙරපුම් බලය $w[\tan\theta + \tan\alpha(4 + \tan^2\theta)]$ බව පෙන්වන්න.

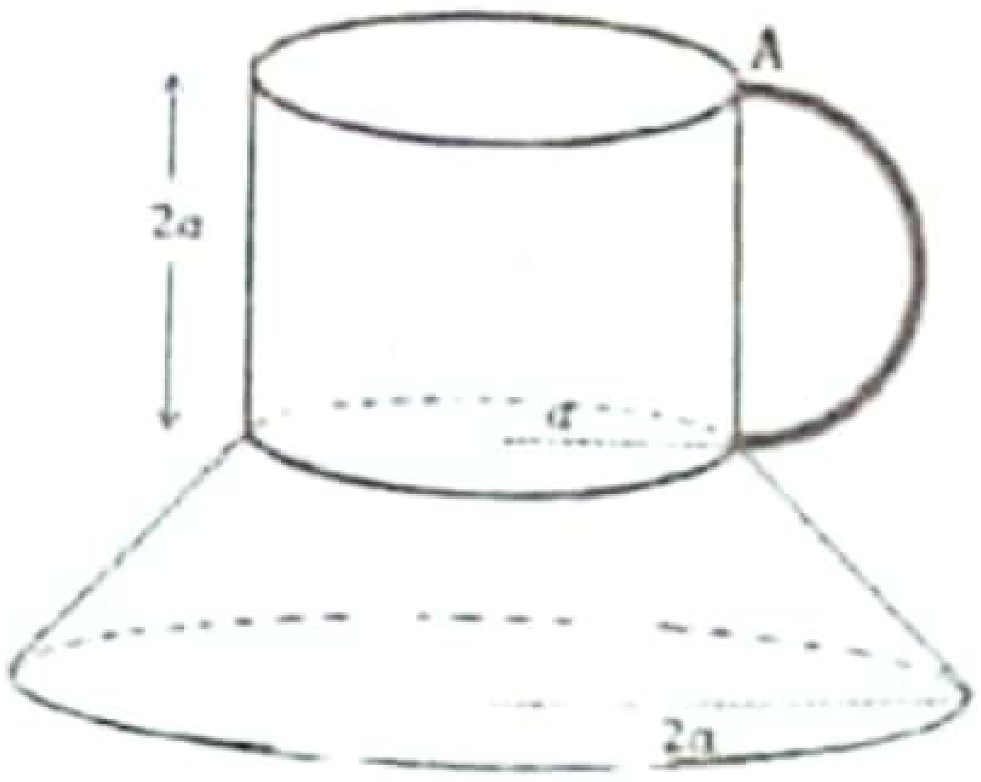
b) සැහැල්ලු දඬු හතක් සුමට ලෙස සන්ධි කිරීමෙන් ABCDE රාමු සැකිල්ල සාදා තිබේ. එහි $AB = BC = BE = CE = CD = DE$ වේ. D හිදී සුවල ලෙස අසව් කොට ඇති මෙම රාමු සැකිල්ල DE හා ABC තිරස් ලෙස පිහිටන සේ E හිදී යෙදෙන සිරස් P බලයක් මගින් සිරස් තලයක සමතුලිතතාවේ තිබේ. A හා B සන්ධිවලදී පිළිවෙලින් w හා 2w වූ භාර එල්ලා ඇත. E හිදී යෙදෙන සිරස් P බලය සොයන්න. බෝ අංකනය යෙදීමෙන් ප්‍රත්‍යා බල රූප සටහන ඇඳ එමගින් එක් එක් දණ්ඩේ ප්‍රත්‍යා බල ආතතිද තෙරපුම්ද යන්න වෙන් කර දක්වමින් සොයා D අසව්වේ ප්‍රතික්‍රියාවේ සිරස් හා තිරස් සංරචකද සොයන්න.



[දෙවැනි පිටුව බලන්න

16. එකිනෙකට a දුරකින් වූ අරය a හා $2a$ වූ වෘත්තාකාර ගැටි දෙකකින් යුත් ඒකාකාර ඝන සෘජු වෘත්තාකාර කේතුවක ඡින්නකයේ ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය කුඩා ගැටියේ කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{17a}{28}$ දුරකින් ඇති බව හා එහි ස්කන්ධය $\frac{7}{3}\pi a^2\rho$ බව පෙන්වන්න. තවද අරය a වූ අර්ධ වෘත්තාකාර චාප කොටසක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{2a}{\pi}$ දුරකින් ඇති බව අනුකලනය මගින් පෙන්වන්න.

මෙම ඡින්නකයේ කුඩා ගැටියට අරය a හා උස $2a$ වන $\frac{a\rho}{2}$ ඝනත්වයෙන් යුත් සෘජු වෘත්ත කුහර සිලින්ඩරයක් සවිකර ඇත. සිලින්ඩරයේ A හා B ලක්ෂ යා වන පරිදි රේඛීය ඝනත්වය $a^2\sigma$ වූ අර්ධ වෘත්තාකාර චාප කොටසක් පෑස්සීමෙන් රූපයේ දැක්වෙන බඳුන සකස් කර ඇත. බඳුනේ ගුරුත්ව කේන්ද්‍රයේ පිහිටීම $G(\bar{X},\bar{Y})$ සොයා බඳුන A ලක්ෂයෙන් එල්ලා ඇති විට එහි අක්ෂය සිරසට ආනත කෝණය α නම් $\tan\alpha = \frac{1}{2}$ විට $7\pi\rho = 12(\pi + 4)\sigma$ බව පෙන්වන්න.



17. a) පාසලක A කණ්ඩායම පිරිමි ළමයෙක් හෙන් හා ගැහැණු ළමයි පස් දෙනෙකුගෙන් ද B කණ්ඩායම පිරිමි ළමයි දෙදෙනක් හා ගැහැණු ළමයි හතර දෙනකුගෙන් ද C කණ්ඩායම ගැහැණු ළමයි හය දෙනෙකුගෙන් ද සමන්විතය. මොවුන් අතරින් අහඹු ලෙස ළමයෙක් තෝරා ගනී.

   i) ළමයෙකු තෝරා ගත් විට ගැහැණු ළමයෙකු වීමෙ

   ii) ගැහැණු ළමයෙකු තෝරා ගත්විට ඇය B කණ්ඩායමේ නොවීමෙ

   iii) ගැහැණු ළමයෙකු තෝරා ගත් විට ඇය C කණ්ඩායමෙ වීමෙ යන ඒවායේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

b) $\bar{X}$ හා $\bar{Y}$ යනු දත්ත පිළිවෙලින් n_x හා n_y වන කුලක දෙකක මධ්‍යනයය වේ. කිවු මධ්‍යනය $\frac{n_x\bar{X}+n_y\bar{Y}}{n_x+n_y}$ බව පෙන්වන්න. එම කුලක දෙකෙහි විචලතා පිළිවෙලින් σ_x^2 හා σ_y^2 වේ නම් කිවු විචලතාවය $\frac{(n_x\sigma_x^2+n_y\sigma_y^2)(n_x+n_y)+n_xn_y(\bar{X}+\bar{Y})^2}{(n_x+n_y)^2}$ බව පෙන්වන්න.

c) පාසලක 13 ශ්‍රේණියේ සංයුක්ත ගණිතය විෂය සඳහා පෙනී සිටි පිරිමි ළමුන් පනස් දෙනෙකුගේ ලකුණු වල මධ්‍යනයය 63ක් ද සම්මත අපගමනය 9ක් ද වන අතර ගැහැණු ළමයි 40කගේ ලකුණු වල මධ්‍යනයය 54ක් ද සම්මත අපගමනය 6ක් ද වේ. මෙම සියළු ළමයි ඇතුළත් කණ්ඩායමේ

   i) මධ්‍යනයය

   ii) සම්මත අපගමනය සොයන්න.

   iii) ගැහැණු ළමයෙකු ලබාගත් ලකුණු ප්‍රමාණය 18කින් වැඩිවිය යුතු නම් එවිට පිළියෙල කළ නව ලකුණු වාර්ථාවේ මුළු සිසුන්ගේ මධ්‍යනයය සොයන්න.