සියලුම හිමිකම් ඇවිරිණි / All Rights Reserved

AL/ 2021/10/S-I

10	S	I

දකුණු පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව
தென் மாகாணக் கல்வித் திணைக்களம்
Southern Provincial Department of Education

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය - 2021 (නව විෂය නිර්දේශය)
General Certificate (Adv. Level) Examination - 2021 (New Syllabus)

සංයුක්ත ගණිතය - I
Combined Mathematics - I

අවසාන වාර පරීක්ෂණය - 2021

පැය 03
03 hours

(අමතර කියවීම් කාලය මිනිත්තු 10)

විභාග අංකය								ශ්‍රේණිය	

නම	

<u>අයදුම්කරුවන් සඳහා උපදෙස් :-</u>

- ★ මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ.
  A කොටස (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ **B** කොටස (ප්‍රශ්න 11 - 17)
- ★ **A** කොටස :
  සියලුම ප්‍රශ්න සඳහා පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිතා කළ හැකිය.
- ★ **B** කොටස :
  ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
- ★ නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු **A** කොටසෙහි පිළිතුරු පත්‍රය, **B** කොටසෙහි පිළිතුරු පත්‍රයට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාරදෙන්න.
- ★ මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයේ **B** කොටස පමණක් විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙන යාමට ඔබට අවසර ඇත.

<u>පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.</u>

(10) සංයුක්ත ගණිතය I		
කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	
	ප්‍රතිශතය	

I පත්‍රය	
II පත්‍රය	
එකතුව	
අවසාන ලකුණු	

අවසාන ලකුණු	
ඉලක්කමෙන්	
අකුරින්	

සංකේත අංකය	
උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක	
පරීක්ෂා කළේ	1.
	2.
අධීක්ෂණය කළේ	

A කොටස

01. $n \in z^{+}$ සඳහා ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මයෙන් $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \ldots\ldots - \frac{1}{2n} = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \ldots\ldots + \frac{1}{2n}$ බව සාධනය කරන්න.

02. එකම රූපයේ $y = 4 - |x+1|$ හා $y = |x-2|$ ශ්‍රිතවල දළ ප්‍රස්ථාර අඳින්න.

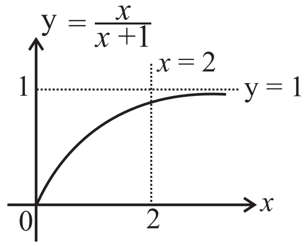
එනයින් හෝ අන්අයුරකින් $|x+1| + |x-2| < 4$ අසමානතාව තෘප්ත කරන x හි සියළු තාත්වික අගයන් සොයන්න.

03. ආගන්ඩ් සටහනේ $\left|\frac{Z+1}{Z-1}\right| = 2$ සපුරාලන Z නිරූපණය කරන ලක්ෂ්‍යවල පථයේ දළ සටහනක් අඳින්න. එනයින් $\text{Arg}(Z)$ හි වැඩිතම හා අඩුතම අගයන් ලබාගන්න. ($\text{Arg}(Z)$ මගින් Z හි ප්‍රධාන විස්තාරය දක්වයි.)

04. සංගුණක සරලතම ආකාරයට දක්වමින් $(1+3x)^5$ හි ද්විපද ප්‍රසාරණය සොයන්න.
එනයින් $(1+3x)^5 + (1-3x)^5 = A + Bx^2 + Cx^4$ බව පෙන්වන්න. මෙහි A, B හා C නිර්ණය කළයුතු නියත වේ. $1.03^5 + 0.97^5$ හි අගය අපෝහනය කරන්න.

05. $\lim_{x \to 0}$ සීමා $\dfrac{2\left\{\sqrt{3}\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right) - \cos\left(x+\frac{\pi}{6}\right)\right\}}{\sqrt{3}\,x\,(\sqrt{3}\cos x - \sin x)} = \dfrac{4}{3}$ බව පෙන්වන්න.

06. $y = \dfrac{x}{x+1}$ වක්‍රයෙන් හා $y=0$, $x=2$ රේඛාවලින් ආවෘත වන $x \geq 0$ වන ප්‍රදේශය x අක්ෂය වටා රේඩියන් 2π කෝණයකින් භ්‍රමණය කළ විට ජනනය වන ඝනවස්තුවේ පරිමාව $\pi\left[\dfrac{8}{3} - 2\ln 3\right]$ බව පෙන්වන්න.



07. C ඉලිප්සය පරාමිතිකව $x = 3\cos\theta, y = 2\sin\theta, \theta \in [0, 2\pi]$ මගින් දෙනු ලබයි.

C ඉලිප්සයට $P \equiv (3\cos\theta, 2\sin\theta)$, $\theta = \sin^{-1}\frac{3}{5}$ ලක්ෂ්‍යයේදී අඳිනු ලැබූ අභිලම්භයේ සමීකරණය $9x - 8y - 12 = 0$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න. මෙම අභිලම්භය නැවත C ඉලිප්සය $Q \equiv \{3\cos\phi, 2\sin\phi\}$ ලක්ෂ්‍යයේදී හමුවේ නම් $27\cos\phi - 16\sin\phi = 12$ බව පෙන්වන්න.

08. පාදවල සමීකරණ $3x - 2y - 1 = 0$, $4x - 5y - 6 = 0$, $3x - 2y - 2 = 0$ හා $4x - 5y - 3 = 0$ වන සමාන්තරාස්‍රයේ විකර්ණ වල සමීකරණ සොයන්න.

09. $S_1 \equiv x^2 + y^2 - 4x - 6y + 8 = 0$ හා $S_2 \equiv x^2 + y^2 - 6x - 4y + 8 = 0$ වෘත්තවල පොදු ජ්‍යායේ දිග ඒකක $3\sqrt{2}$ ක් බව පෙන්වන්න.

10. $2\sin 3x \ \sin x = 1$ සමීකරණයේ සාධාරණ විසඳුම සොයන්න.

B කොටස

★ ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11. (a) $f(x) = 2ax^2 + bx + c$ හා $g(x) = 2cx^2 + bx + a$ යැයි ගනිමු. මෙහි a, b හා c නිශ්ශුන්‍ය, අසමාන තාත්වික සංඛ්‍යා වේ.

$f(x) = 0$ හා $g(x) = 0$ සමීකරණවලට පොදු මූලයක් තිබෙන්නේ $b^2 = 2(a+c)^2$ නම් හා එසේ නම්ම පමණක් බව පෙන්වන්න.

$f(x) = 0$ හා $g(x) = 0$ සමීකරණවල අනෙක් මූල පිළිවෙලින් λ හා μ යැයි දී තිබේ. $\lambda^2 = \frac{c^2}{2a^2}$ හා $\mu^2 = \frac{a^2}{2c^2}$ බව පෙන්වන්න.

$f(x) + g(x) = 0$ සමීකරණයේ මූල තාත්වික හා සමපාත බව පෙන්වන්න.

(b) $f(x)$, x හි හතරවැනි මාත්‍රයේ බහුපද ප්‍රකාශනයක් බවත් $f(x)$ හි $(x-2)^2$ සාධකයක් බවත් $f(o) = 12$ බවත් දී තිබේ. $f(x)$ බහුපද ප්‍රකාශනය (x^2+1) න් බෙදූවිට ශේෂය $(6-8x)$ වේ. $f(x)$ සොයන්න.

12. (a) ළමුන් 25 දෙනෙකුගෙන්,

i) ඔවුන්ගෙන් 6 දෙනෙකු ඇතුළත් නොවන පරිදි

ii) ඔවුන්ගෙන් 5 දෙනෙකු ඇතුළත් වන පරිදි

iii) ඔවුන්ගෙන් 6 දෙනෙකු ඇතුළත් නොවන පරිදි හා 5 දෙනෙකු ඇතුළත් වන පරිදි

11 දෙනෙකු තෝරාගත හැකි වෙනස් ආකාර කොපමණද ? (සුළු කිරීම අවශ්‍ය නොවේ.)

(b) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 සංඛ්‍යාංක වලින් සෑමවිටම එක් අංකයක් එක් වතාවක් පමණක් ඇතුළත් වන පරිදි සංඛ්‍යාංක 9 ම භාවිතා කරමින්, හා දෙකෙළවර අංක ඉරට්ටේ වන පරිදි ද, සංඛ්‍යාව වමේ සිට දකුණට කියවීමේ දී ඔත්තේ සංඛ්‍යාංක විශාලත්වයෙන් ආරෝහණ පිළිවෙලට තිබෙන පරිදි ද, ලිවිය හැකි වෙනස් සංඛ්‍යා ගණන 504 ක් බව පෙන්වන්න.

(c) $U_r = \frac{4r^2+1}{4r^2-1}$, $r \in z^+$ යැයි ගනිමු.

$U_r \equiv 1 + f(r) - f(r+1)$ වන පරිදි $f(r)$ ශ්‍රිතය සොයන්න.

එනයින් $\sum_{r=1}^{n} U_r = n + 1 - \frac{1}{(2n+1)}$ බව පෙන්වන්න. $\sum_{r=1}^{\infty} U_r$ ශ්‍රේණිය අභිසාරී නොවන බව පෙන්වන්න.

$\sum_{r=1}^{\infty} (U_r - 1)$ ශ්‍රේණිය අභිසාරී වේද ?

13. (a) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ හා $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ ලෙස ගනිමු.

AB ගුණිතය වන **C** සොයන්න.

C න්‍යාසයේ ප්‍රතිලෝම න්‍යාසය $\begin{bmatrix} -3 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ බව පෙන්වන්න.

$\mathbf{C}\mathbf{D}\mathbf{C}^{-1} = 2\mathbf{C}^2 + 3\mathbf{C}$ වන පරිදි **D** න්‍යාසය සොයන්න.

$\mathbf{B} \cdot \mathbf{A}$ ගුණිත න්‍යාසය වන **P** සොයන්න.

$\mathbf{P} \begin{bmatrix} x \\ 2 \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}$ වන පරිදි x හා y සොයන්න.

(b) $Z_1 = r_1\{\cos\theta_1 + i\sin\theta_1\}$ හා $Z_2 = r_2\{\cos\theta_2 + i\sin\theta_2\}$ ලෙස ගනිමු. $|Z_1 - Z_2|$ හි අගය r_1, r_2, θ_1 හා θ_2 පද ඇසුරෙන් සොයන්න.

Z හි සංකීර්ණ ප්‍රතිබද්ධය $\overline{Z}$ යැයි දී තිබේ.

$|1 - \overline{Z}_2 Z_1|^2 - |Z_1 - Z_2|^2 = (1 - |Z_1|^2)(1 - |Z_2|^2)$ බව පෙන්වන්න.

$n \in Z^+$ හා $\theta \neq (4n+3)\frac{\pi}{2}$ විට $\left[\frac{1 + \sin\theta + i\cos\theta}{1 + \sin\theta - i\cos\theta}\right] = \sin\theta + i\cos\theta$ බව පෙන්වන්න.

දමුවාවර් ප්‍රමේයය භාවිතයෙන්, $\left(1 + \sin\frac{\pi}{5} + i\cos\frac{\pi}{5}\right)^5 + i\left(1 + \sin\frac{\pi}{5} - i\cos\frac{\pi}{5}\right)^5 = 0$ බව පෙන්වන්න.

14. (a) $y = f(x) = \frac{x}{(x-1)^2}$, $x \in \mathbb{R}, x \neq 1$ ලෙස ගනිමු.

$\frac{dy}{dx}$ හා $\frac{d^2y}{dx^2}$ සොයන්න.

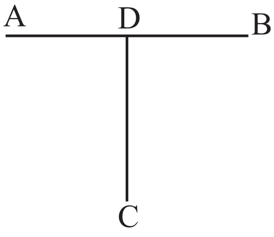
ඒනයින් f ශ්‍රිතය x සමග වැඩිවන ප්‍රාන්තර හා $x \in \mathbb{R}$ සඳහා ශ්‍රිතයේ වක්‍රයේ අවකලතාව සාකච්ඡා කරන්න. ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරයේ හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ සහ නතිවර්තන ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක සොයන්න. ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්ථාරයේ ස්පර්ශෝන්මුඛ වල සමීකරණ ලියන්න.

$x \in \mathbb{R}$ සඳහා $y = f(x)$ වක්‍රයේ දළ ප්‍රස්ථාරය අඳින්න.

ඒනයින් $x \in \mathbb{R}$ සඳහා $y = \frac{1}{f(x)}$ වක්‍රයේ දළ ප්‍රස්ථාරය අපෝහනය කරන්න.

(b) A, B, C ලක්ෂ්‍යය D ලක්ෂ්‍යයකට පිළිවෙලින් 9 km බටහිරින්, 9 km නැගෙනහිරින්, 15 km දකුණින් පිහිටයි. C ට උතුරින් පිහිටි P ලක්ෂ්‍යයක සිට අතුරු මාර්ග දෙකක් A හා B දක්වා වැටී තිබේ. $DP = x$ ලෙස ගනිමින් මාර්ගවල මුළුදුර $L(x) = CP + PA + PB$ සඳහා ප්‍රකාශනයක් ලබාගන්න.

එනයින් $L(x)$ හි අඩුතම අගය $(15 + 9\sqrt{3})$ km බව පෙන්වන්න.



15. (a) $x^2 = u$ ආදේශයෙන් හෝ අන්අයුරකින් $\int \frac{x\,dx}{x^4 + x^2 + 1} = \frac{1}{\sqrt{3}}\tan^{-1}\frac{(2x^2+1)}{\sqrt{3}} + C$ බව පෙන්වන්න.
C අභිමත නියතයකි.

(b) $x = \tan\theta$ යෙදීමෙන්, $\int \frac{\ln|1+x|}{1+x^2}dx = \int \ln|1 + \tan\theta|\,d\theta$ බව පෙන්වන්න.

ඒනයින් සහ $\int_0^a f(x)\,dx = \int_0^a f(a-x)\,dx$ යොදාගනිමින් $\int_0^1 \frac{\ln|1+x|}{1+x^2}dx = \frac{\pi}{8}\ln 2$ බව පෙන්වන්න.

(c) කොටස් වශයෙන් අනුකලනය යෙදීමෙන් $\int_0^{\pi/3} \sec^3\theta\,d\theta = \sqrt{3} + \frac{1}{2}\ln(2 + \sqrt{3})$ බව ලබාගන්න.

16. (a) $AB = AC$ වන ABC සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයේ AB හා BC පාද වල සමීකරණ පිළිවෙලින් $2x - y - 1 = 0$ හා $x - 2y + 1 = 0$ වේ. AC පාදය $2x + 11y = 0$ රේඛාවට සමාන්තර බව පෙන්වන්න.

(b) S වෘත්තය $S_1 = x^2 + y^2 - 16 = 0$ හා $l = 6y - 4x + 9 = 0$ රේඛාවේ ඡේදන ලක්ෂ්‍යය හරහා ගමන් කරයි. S වෘත්තයේ සමීකරණයේ සාධාරණ ආකාරය සලකමින් එහි කේන්ද්‍රය $2x + 3y + 5 = 0$ රේඛාව මත පිහිටන්නා වූ S හි සමීකරණය සොයන්න.

S_2 වෘත්තයක්, $(3 , 0)$ ලක්ෂ්‍යය හරහා ගමන් කරමින් හා x අක්ෂය ස්පර්ශ කරමින් S වෘත්තය ප්‍රලම්භව ඡේදනය කරයි. S_2 හි සමීකරණය සොයන්න.

17. (a) $\text{Tan}\,(A + B) = \dfrac{\text{Tan}\,A + \text{Tan}\,B}{1 - \text{Tan}\,A\,\text{Tan}\,B}$ භාවිතා කර $\text{Tan}\,\dfrac{5\pi}{12}$ හි අගය සොයන්න.

$\text{Tan}\,\dfrac{\pi}{12}$ හි අගය අපෝහනය කරන්න.

$\text{Tan}\,(A - B)$ සඳහා ප්‍රකාශනය අපෝහනය කර එනයින් $\text{Tan}\,\dfrac{\pi}{12}$ හි අගය සොයන්න.

(b) ABC ඕනෑම ත්‍රිකෝණයක් සඳහා කෝසයින් නීතිය සුපුරුදු අංකනයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.
එනයින් $a^2 = (b - c)^2 + 4bc\sin^2\dfrac{A}{2}$ බව පෙන්වන්න.

$a = (b - c)\sec\phi$ නම් $\text{Tan}\,\phi = \dfrac{2\sqrt{bc}}{(b - c)}\sin\dfrac{A}{2}$ බව පෙන්වන්න.

(c) $\text{Tan}^{-1}(2x + 1) + \text{Tan}^{-1}(2x - 1) = \text{Tan}^{-1}2$ සමීකරණය සපුරාලන එකම එක අගයක් පමණක් x සඳහා පවතින බව පෙන්වන්න.

—— * * * ——

සියලුම හිමිකම් ඇවිරිණි /All Rights Reserved

AL/ 2021/10/S-I

10	S	II

දකුණු පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව
தென் மாகாணக் கல்வித் திணைக்களம்
Southern Provincial Department of Education

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය - 2021 (නව විෂය නිර්දේශය)
General Certificate (Adv. Level) Examination - 2021 (New Syllabus)

සංයුක්ත ගණිතය - II
Combined Mathematics - II

අවසාන වාර පරීක්ෂණය - 2021

පැය 03
03 hours

විභාග අංකය								ශ්‍රේණිය	

නම	

<u>අයදුම්කරුවන් සඳහා උපදෙස් :-</u>

- ★ මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ.
  A කොටස (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ **B** කොටස (ප්‍රශ්න 11 - 17)
- ★ **A** කොටස :
  සියලුම ප්‍රශ්න සඳහා පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිතා කළ හැකිය.
- ★ **B** කොටස :
  ප්‍රශ්න පහකට **පමණක්** පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
- ★ නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු **A කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රය, **B කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රයට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාරදෙන්න.
- ★ මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයේ B **කොටස පමණක්** විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙන යාමට ඔබට අවසර ඇත.
- ★ මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයේ g මගින් ගුරුත්වජ ත්වරණය දැක්වෙන අතර $g = 10\,ms^{-2} = 10\,Nkg^{-1}$ වේ.

<u>පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.</u>

(10) සංයුක්ත ගණිතය I		
කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	
	ප්‍රතිශතය	

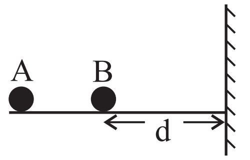
I පත්‍රය	
II පත්‍රය	
එකතුව	
අවසාන ලකුණු	

අවසාන ලකුණු	
ඉලක්කමෙන්	
අකුරින්	

සංකේත අංකය	
උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක	
පරීක්ෂා කළේ	1.
	2.
අධීක්ෂණය කළේ	

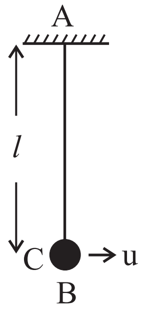
A කොටස

01. m ස්කන්ධයෙන් යුතු A සුමට බෝලයක් සුමට තිරස් මේසයක චලනය වෙමින් ස්කන්ධය m වූ B සර්වසම ගෝලය හා ගැටේ. B මේසය මත වූ සිරස් බාධකයකට d දුරකින් පිහිටයි. A හා B ගැටී අනතුරුව B සිරස් බාධකයේ වදී.



A හා B අතර ඊළඟ ගැටුම සිරස් බාධකයේ සිට $\dfrac{2de^2}{1+e^2}$ දුරකදී වන බව පෙන්වන්න. සියළුම ගැටුම් සඳහා ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e වේ.

02. දිග $2l$ වන AB අවිතන්‍ය තන්තුව A අචල ලක්ෂ්‍යයකදී සුමට තිරස් මේසයකට සවිකර ආරම්භයේ දී තන්තුව A සිට l දුරකදී B කෙළවර තිබෙන පරිදි ස්කන්ධය m වන අංශුවක් B ට අමුණා තිබේ. AC ට ලම්බක වන පරිදි අංශුවට u තිරස් ප්‍රවේගයක් දෙනු ලැබේ. තන්තුව තදවන මොහොතේ දී තන්තුවේ ආවේගී ආතතිය හා තන්තුව තද වී මොහොතකට පසු අංශුවේ ප්‍රවේගය සොයන්න.



03. O ලක්ෂ්‍යයකින්, ආරම්භක වේගය $30\ ms^{-1}$ හා θ ආරෝහණ කෝණයෙන් අංශුවක් ප්‍රක්ෂේපණය කරයි. අංශුව O සිට තිරස්ව $40\ m$ දුරින් හා සිරස්ව $10\ m$ උසින් වන ලක්ෂ්‍යය හරහා යයි.

$8\tan^2\theta - 36\tan\theta + 17 = 0$ බව පෙන්වන්න. මෙය සිදුවිය හැකි ආරෝහන කෝණ දෙකක් තිබෙන බව පෙන්වා මෙම කෝණ θ_1 හා θ_2 නම්, $\tan(\theta_1 + \theta_2) = -4$ බව පෙන්වන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

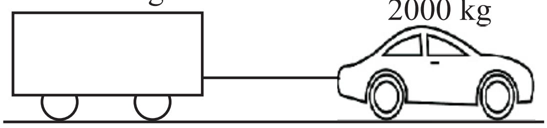
....

....

....

....

04. ස්කන්ධය 2000 kg වන මෝටර් රථයක් ස්කන්ධය 400 kg වන කැරවනයක් තිරස් පාරක ඇදගෙන යයි. මෝටර් රථයේ හා කැරවනයේ චලිතයට ප්‍රතිරෝධය පිළිවෙලින් 1000 N සහ 100 N වේ.



කැරවනයත්, මෝටර් රථයත් $40\ kmh^{-1}$ වේගයෙන් ගමන් කරන විට, මෝටර් රථයේ එන්ජිමේ ජව ප්‍රතිදානය $100\ kW$ නම්, ත්වරණය සොයන්න.

මේ අවස්ථාවේදී මෝටර් රථයත්, කැරවනයත් අතර ඇදීමේ ආතතිය සොයන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

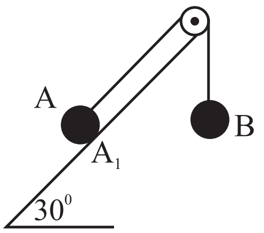
....

....

....

....

05. සමාන m ස්කන්ධ සහිත අංශු දෙකක් සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවකින් සම්බන්ධ කර තිබේ. ඉන් එක අංශුවක් වූ A, සුමට තිරසට 30^0 කින් ආනත අචල තලයක් මත නිශ්චලව තිබේ. තන්තුව තලයේ ඉහළ පිහිටන සුමට කප්පියක් හරහා ගමන් කරන අතර, අනෙක් අංශුව වන B සිරස්ව එල්ලෙමින් පවතී.



ආරම්භයේ A අංශුව A_1 නම් ලක්ෂ්‍යයක තිබේ. පද්ධතිය චලිතයට නිදහස් කළ විට, ආනත තලය දිගේ A අංශුව A_1 හි සිට l දුරක් ගමන් කර ඇති විට, අංශුවල වේග සොයන්න.

06. O මූල ලක්ෂ්‍යයක් අනුබද්ධව A හා B ලක්ෂ්‍ය වල පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් **a** හා **b** වේ. P ලක්ෂ්‍යය OB මත $\frac{OP}{PB}=\frac{3}{1}$ වනසේත්, Q ලක්ෂ්‍යය AP මත $\frac{AQ}{QP}=\frac{4}{1}$ වනසේත් පිහිටයි. M යනු OA හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයයි.

i) $\overrightarrow{OP}$, $\overrightarrow{OQ}$ හා $\overrightarrow{OM}$ සොයන්න.

ii) B, Q, M ලක්ෂ්‍ය ඒකරේඛීය බව පෙන්වන්න.

07. අරය a වන සුමට අර්ධගෝලාකාර බඳුනක වෘත්තදාරය ඉහළින්ම හා තිරස්ව තිබෙන සේ සවිකර තිබේ. දිග $2a$ වන ඒකාකාර දණ්ඩක එක් කෙළවරක් බඳුනේ අභ්‍යන්තර පෘෂ්ඨය හා ගැටෙමින්ද, දණ්ඩේ ලක්ෂ්‍යයක් වෘත්තදාරය මත වන පරිදි දණ්ඩේ අනෙක් කෙළවර බඳුනෙන් ඉවත තිබෙන සේ සමතුලිතතාවයේ පවතී. බඳුනෙන් පිටත පිහිටි දණ්ඩේ දිග ප්‍රමාණය සොයන්න.

08. බර W වන ඒකාකාර AB දණ්ඩේ B කෙළවරට w බරැති අංශුවක් අමුණා තිබේ. අංශුවත්, දණ්ඩත් අචල O ලක්ෂ්‍යයකින් සැහැල්ලු OA, OB තන්තු දෙකකින් එල්ලී සමතුලිතතාවේ තිබේ. තන්තුවල දිගත්, දණ්ඩේ දිගත් සමානවේ. සමතුලිතතාවේදී OA හා OB තන්තුවල ආතති T හා T' නම් $\frac{T}{W} = \frac{T'}{W + 2w}$ බව පෙන්වන්න.

09. නොනැඹුරු කාසි දෙකක් හා සිරස ලැබීම, අගය ලැබීම මෙන් තුන් ගුණයක් වන සේ නැඹුරු කර ඇති කාසියක් තිබේ. කාසි තුන එක් වරක් උඩදැමූ විට, ලැබෙන නියැදි අවකාශය රුක් සටහනකින් දක්වන්න.

සිරස දෙකක් හා අගයක් ලැබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

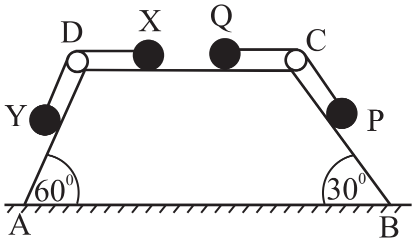
10. 6, 7, 8, 9, 10 යන සංඛ්‍යාවල මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය සොයන්න.

B කොටස

11. (a) නිශ්චලතාවයෙන් ගමන් අරඹන දුම්රියක් සිය ගමනේ පළමු කොටස ඒකාකාර a ත්වරණයෙන් ද, දෙවැනි කොටස ඒකාකාර v වේගයෙන් ද, අවසාන කොටස ඒකාකාර a මන්දනයෙන් ද, ගමන් කර නිශ්චලතාවයට පත්වේ. මුළු ගමන සඳහා මධ්‍යයක වේගය $\frac{7v}{8}$ වේ. දුම්රියේ ගමන සඳහා වේග - කාල ප්‍රස්ථාරය අඳින්න.
දුම්රිය නියත වේගයෙන් ගමන් කළ කාලය මුළු කාලයෙන් $\frac{3}{4}$ ක් බව පෙන්වන්න.
දුම්රිය නියත වේගයෙන් ගමන් කරන දුර, මුළු දුරෙන් කොපමණද ?

(b) නිසල කාලගුණයක අහස්යානයක වේගය v වේ. උතුරින් θ නැගෙනහිරට w වේගයෙන් සුළඟක් හමන දිනයෙක A හි සිට දකුණින් පිහිටි B නගරයකට ගමන් කිරීමට අහස්යානය ගන්නා කාලය,
$\frac{a}{v^2 - w^2}\left[\sqrt{v^2 - w^2 \sin^2\theta} + w\cos\theta\right]$ බව පෙන්වන්න. මෙහි AB = a වේ.
අහස්යානය තිරස් ABCD සමචතුරස්‍රයක සම්පූර්ණ ගමනක් සඳහා ගන්නා කාලය,
$\frac{2a}{v^2 - w^2}\left[\sqrt{v^2 - w^2 \sin^2\theta} + \sqrt{v^2 - w^2 \cos^2\theta}\right]$ බව පෙන්වන්න.
(සුළඟ වෙනස් නොවන බවත්, සමචතුරස්‍රයේ ශීර්ෂවලදී කාල හානියක් නොවන බවත් උපකල්පනය කරන්න.)

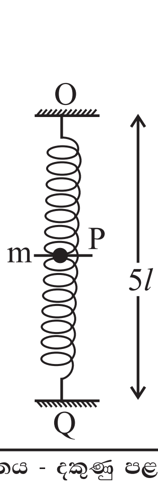
12. (a) දී ඇති රූපයේ ABCD ත්‍රැපීසියම ස්කන්ධය M වූ ඒකාකාර සුමට කුඤ්ඤයක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය ඔස්සේ යන සිරස් හරස්කඩක් නිරූපණය කරයි. $B\hat{A}D = 60^0$, $A\hat{B}C = 30^0$
AB අඩංගු මුහුණත, තිරස් සුමට තලයක් මත තිබේ. AD හා BC රේඛා ඒවා අඩංගු තලවල වැඩිතම බෑවුම් රේඛා ඔස්සේ වේ.



C හා D හිදී සැහැල්ලු සුමට අචල කප්පි දෙක මත ගමන් කරන තන්තු දෙකකින් P, Q, X හා Y වූ සමාන m ස්කන්ධ රූපයේ දක්වෙන පරිදි සම්බන්ධ කර තිබේ. තන්තු සැහැල්ලු හා අවිතන්‍ය වේ.
පද්ධතිය නිශ්චලතාවයෙන් මුදාහරී. අංශු මත හා කුඤ්ඤය මත ක්‍රියාකරන සියළු බල ලකුණු කරන්න.
කුඤ්ඤයට සාපේක්ෂව X අංශුවේ ත්වරණය BA දිශාවට f_1 ද, Q අංශුවේ ත්වරණය AB දිශාවට f_2 ද, කුඤ්ඤයේ ත්වරණය AB දිශාවට F ලෙස ද සැලකීමෙන් පද්ධතියේ චලිතයට සමීකරණ ලබාගන්න.
ඒනයින්, $F = \frac{(\sqrt{3} - 1)\,mg}{4M + 2m\,(4 - \sqrt{3})}$ බව පෙන්වන්න.

(b) ස්කන්ධය m වන A අංශුවක් a දිගැති අවිතන්‍ය තන්තුවකින් O ලක්ෂ්‍යයකින් එල්ලා තිබේ. ආරම්භයේ දී තන්තුව සිරස්ව තිබෙන අතර අංශුවට තිරස් $\sqrt{nga}$ ප්‍රවේගයක් දෙනු ලබයි. OA සිරසට θ $(0 \le \theta \le \pi)$ කෝණයකින් ආනතව පිහිටන විට අංශුවේ ප්‍රවේගය හා තන්තුවේ ආතති සඳහා ප්‍රකාශන ලබාගන්න.
ඒනයින්, $n \ge 5$ නම්, අංශුව පූර්ණ වෘත්තයක චලනය වන බව පෙන්වන්න. තන්තුව තිරස් වන විට, A අංශුව, නිශ්චලතාවේ තිබෙන සර්වසම අංශුවක් හා ගැටී එකට හා වේ.
සංයුක්ත අංශුව පූර්ණ වෘත්තයක චලනය වීමට n හි අඩුතම අගය සොයන්න.

13. OP හා PQ දුනු දෙකකි. OP දුන්නේ ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය හා ස්වභාවික දිග පිළිවෙලින් 2 mg හා $2l$ ය. PQ දුන්නේ ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය හා ස්වභාවික දිග පිළිවෙලින් mg හා l වේ. O, P, Q සිරස් සරල රේඛාවක පිහිටන්නේ $OQ = 5l$ හා O හා Q අචල ලක්ෂ්‍යයන් වන සේය. P හි ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් අමුණා තිබේ.
P අංශුවේ සමතුලිතතා පිහිටීම E ලක්ෂ්‍යය බවදී තිබේ. $OE = \frac{7l}{2}$ බව පෙන්වන්න.
P අංශුව E ලක්ෂ්‍යයේ සිට $EP = x$ වන පරිදි අදිනු ලැබේ.



i) $-\frac{3l}{2} \le x \le \frac{l}{2}$ විට, $\ddot{x} + \frac{2gx}{l} = 0$ බව පෙන්වන්න.

ii) $\frac{l}{2} < x \le \frac{3l}{2}$ විට, $\ddot{x} + \omega^2 x = 0$ බව පෙන්වන්න.
මෙහි ω^2 යනු නිර්ණය කළයුතු නියතයකි.

එනයින් $-\frac{3l}{2} \le x \le \frac{3l}{2}$ සඳහා P අංශුවේ චලිතය විස්තර කරන්න.

P අංශුව Q තෙක් ඇද නිශ්චලතාවෙන් මුදාහරින බව දී තිබේ. $\dot{x}^2 = \omega^2(a^2 - x^2)$ සමීකරණය භාවිතයෙන් මෙම සරල අනුවර්තී චලිතයේ විස්තාරය සොයන්න.

එනයින්, P අංශුව E හි තිබෙන විට ප්‍රවේගය සොයන්න. ශක්ති සංස්ථිති මූලධර්මය යෙදීමෙන් P අංශුව E හි තිබෙන විට එහි ප්‍රවේගය සඳහා ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

P අංශුව Q හි සිට නගින ඉහළම ලක්ෂ්‍යය F වේ. OF දුර සොයන්න.

P අංශුවට Q හි සිට F කරා චලිතයට ගන්නා කාලය $\pi\sqrt{\frac{l}{2g}}$ බව පෙන්වන්න.

14. (a) **a** හා **b** ඒකක දෛශික දෙකක් වන අතර $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = -\frac{11}{24}$ වේ. $\overrightarrow{OA} = 2\mathbf{a} + 3\mathbf{b}$, $\overrightarrow{OB} = 4\mathbf{a} - 3\mathbf{b}$ හා $\overrightarrow{OC} = 10\mathbf{a} + 6\mathbf{b}$ යැයි දී තිබේ. AX, OA ට ලම්බ වන පරිදි හා BX, AC ට සමාන්තර වන පරිදි X ලක්ෂ්‍යය පිහිටයි. $\overrightarrow{OX} = \lambda\mathbf{a} + \mu\mathbf{b}$, λ හා μ අදිශ වේ.

i) OA

ii) λ හා μ හි අගයන් සොයන්න.

iii) OACB ත්‍රැපීසියමක් බව පෙන්වා $\frac{BC}{OA}$ අනුපාතය සොයන්න.

iv) ABXC රොම්බසයක් බව පෙන්වන්න.

(b) ABC පැත්තක දිග 2a m වන වාමාවර්තව ශීර්ෂ ගත් සමපාද ත්‍රිකෝණයකි. BC හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය M වේ. විශාලත්වයන් නිව්ටන් $5\sqrt{3}$, $3\sqrt{3}$, $3\sqrt{3}$ හා 2 වූ බල පිළිවෙලින් $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{AB}$ හා $\overrightarrow{MA}$ ඔස්සේ ක්‍රියාකරයි. එමෙන්ම ඝූර්ණය 2a Nm වූ දක්ෂිණාවර්ත බල යුග්මයක් ක්‍රියාකරයි.

බල පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්ත බලයේ විශාලත්වය හා දිශාව සොයන්න. සම්ප්‍රයුක්ත බලයේ ක්‍රියාරේඛාව BC පාදය N හිදී හමුවේ නම් CN සොයන්න.

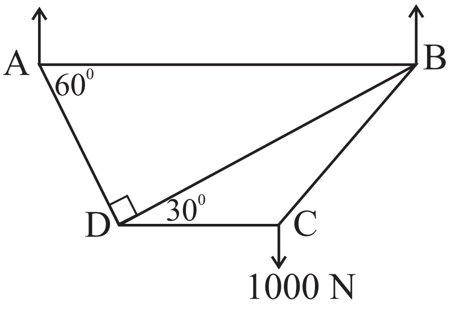
15. (a) AB, BC ඒකාකාර සර්වසම W බරැති දඬු දෙකකි. දඬු B හි දී සුමටව සන්ධි කර ඇත්තේ $A\hat{B}C = 90^0$ වන පරිදිය. A හා C දෙකෙළවර රළු තිරස් තලයක් මත තබා දඬු සිරස් තලයක සමතුලිතව තිබේ.

BC දණ්ඩේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයේදී AC දිශාවට ක්‍රමයෙන් වැඩිවන P විචල්‍ය බලයක් යොදනු ලැබේ.

$P < 2W$ නම් හා පද්ධතිය සමතුලිතතාවේ තිබේ නම්, A හා C දෙකෙළවරදී ඝර්ෂණ බලයට, අභිලම්භ ප්‍රතික්‍රියාව දරන අනුපාත පිළිවෙලින් $\frac{2W - P}{4W - P}$ සහ $\frac{2W + 3P}{4W + P}$ බව පෙන්වන්න.

P බලය 2W ට අඩුවන විට සමතුලිතතාව බිඳේ නම්, A නිශ්චලව පවතින සේ C අත්තයෙන් ලිස්සීම සිදුවන බවත්, A හා C දෙකෙළවරදීම ඝර්ෂණ සංගුණකය μ යැයි උපකල්පනය කරන විට, $\mu < \frac{4}{3}$ බවත් පෙන්වන්න.

(b) රූපයේ දැක්වෙන රාමු සැකිල්ලේ AB හා CD දඬු තිරස්ය. AD = DC = BC වේ. A හා B හිදී රාමු සැකිල්ල ආධාරක මත තබා තිබෙන අතර C ලක්ෂ්‍යයෙන් 1000 N ක භාරයක් එල්ලා ඇත. A හා B හි සිරස් ප්‍රතික්‍රියා සොයන්න. ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් ඇඳ දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල හා කවරක් තෙරපුම් ද, ආතති ද යන බව සඳහන් කරමින් සොයන්න.



16. i) අරය r හා උස h වන ඒකාකාර සෘජුවෘත්ත කේතුවක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය කේතුවේ ආධාරකයේ කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{h}{4}$ දුරකින් පිහිටන බවත්,

ii) අරය a වන ඒකාකාර අර්ධ ගෝලයක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය එහි තල පෘෂ්ඨයේ කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{3a}{8}$ දුරකින් පිහිටන බවත්, පෙන්වන්න.

ඉහත අර්ධගෝලයේ තල ආධාරකය, උස a හා අරය a වන සෘජු වෘත්ත කේතුවක ආධාරකය එකට තැබීමෙන්, සංයුක්ත වස්තුවක් තනා තිබේ. අර්ධගෝලයේ ඝනත්වය 3ρ හා කේතුවේ ඝනත්වය 2ρ වේ.
සංයුක්ත වස්තුවේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය, කේතු ශීර්ෂයේ සිට $\frac{39a}{32}$ දුරකින් තිබෙන බව පෙන්වන්න.
W බරැති සංයුක්ත වස්තුව, එහි වක්‍ර පෘෂ්ඨය සුමට තිරස් තලයක් මත ගැටෙමින් සමතුලිතව ඇත්තේ සමමිතික අක්ෂය සිරසට θ කෝණයක් සාදමින් වස්තුව මත සිරස් තලයේ යෙදෙන බල යුග්මයක් මගිනි. මෙම බල යුග්මයේ විශාලත්වය W, a හා θ ඇසුරෙන් සොයා එහි අත රූපයේ දක්වන්න.
සංයුක්ත වස්තුව, රළු ආනත තලයක් මත එහි වක්‍ර පෘෂ්ඨය ගැටෙන සේ තබා ඇත්තේ වස්තුවේ පොදු ආධාරකය තිරසට ϕ කෝණයක් ආනත වන පරිදිය.
සංයුක්ත වස්තුවත්, ආනත තලයත් අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය ϕ කෝණය ඇසුරෙන් සොයන්න.

17. (a) කර්මාන්තශාලාවක සේවකයින් ක්ෂණික ප්‍රතිදේහ පරීක්ෂණය (R.A.T.) සඳහා භාජනය කළ විට සේවකයින්ගෙන් 35% R.A.T. සඳහා ධන ප්‍රතිචාර දක්වයි. R.A.T. සඳහා ඍණ ප්‍රතිචාර දක්වන අය P.C.R. පරීක්ෂණයට මුහුණදීමේදී P.C.R. පරීක්ෂණයෙන් ඔවුන් ගෙන් 10% ක් කොවිඩ් 19 ආසාදිතයින් බව නිවැරදිව පෙන්වයි.
එමෙන්ම R.A.T. හි ධන ප්‍රතිචාර දක්වන අය ද P.C.R. පරීක්ෂණයකට යොමු කළ විට ඔවුන්ගෙන් 90% ක් කොවිඩ් 19 ආසාදිතයින් බව නිවැරදිව දක්වයි.

i) කර්මාන්තශාලාවෙන් පුද්ගලයකු අහඹු ලෙස තෝරාගත් විට මෙම පුද්ගලයා කොවිඩ් 19 ආසාදිතයින් බවට P.C.R. පරීක්ෂණ මගින් තීරණය වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

ii) කර්මාන්තශාලාවෙන් අහඹු ලෙස තෝරාගත් පුද්ගලයා P.C.R. ප්‍රතිඵල මත කොවිඩ් 19 ආසාදිතයෙක් බව දන්නේ නම් එම පුද්ගලයා R.A.T. සඳහා ඍණ ප්‍රතිචාර ලැබූ අයෙක් වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(b) මෙම වගුවෙන් සතියක කාලයක් තුළ කොවිඩ් 19 ආසාදිතව මියගිය පුද්ගලයින්ගේ වයස් පිළිබඳ ව්‍යාප්තියක් දක්වයි.

වයස (අවුරුදු)	මියගිය ගණන
25 - 40	30
40 - 55	f_1
55 - 70	120
70 - 85	f_2
85 - 100	90

40 - 55 හා 70 - 85 කාණ්ඩවල සංඛ්‍යාත අත්හැරී ඇත. කෙසේ වෙතත් මෙම ව්‍යාප්තියේ මාතය හා මධ්‍යස්ථය පිළිවෙලින් 77 හා 75 බව දනී. අත්හැරී ඇති සංඛ්‍යාතයන් සොයා සතිය තුළ මියගිය මුළු ගණන සොයන්න.
මෙම ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය ද සොයන්න.

* * *