නැණ සයුර අධ්‍යාපනික වැඩසටහන
උතුරු මැද පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාතර්මේන්තුව
සරසවි පිවිසුම් අත්වැල

13 ශ්‍රේණිය **සංයුක්ත ගණිතය - I පත්‍රය** **කාලය - පැය 03 මිනිත්තු 10**

උපදෙස් :

* මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ;
* ***A* කොටස** (ප්‍රශ්න 1-10) සහ *B* **කොටස** (ප්‍රශ්න 11-17)
* ***A* කොටස :**

  සියලු ම ප්‍රශ්න වලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු , සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකි ය.
* ***B* කොටස :**

  ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

(10) සංයුක්ත ගණිතය - *I*		
කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	
	ප්‍රතිශතය	

I පත්‍රය	
II පත්‍රය	
එකතුව	
අවසාන ලකුණු	

අවසාන ලකුණු

ඉලක්කමෙන්	
අකුරින්	

01. ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය මගින් n ධන නිඛිල අගයන් සඳහා
$\sum_{r=1}^{n} 2^r \times r^2 = 2^{n1}(n^2 - 2n + 3) - 6$ බව පෙන්වන්න.

02. $y = |x| + 1$ සහ $y = 2|x - 1|$ හි ප්‍රස්තාරවල දළ සටහන් එකම තලයක අඳින්න.
එමගින් $|x| + 1 > 2|x - 1|$ අසමානතාව සපුරාලන x හි සියලු තාත්වික අගයන් සොයන්න.

03. z යනු සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවක් වන විට $|z-3-3i|=4$ සහ $Arg\,(z-3i)=\frac{\pi}{2}$ වන පරිදි වන z හි පථ දෙක පැහැදිලිව විස්තර කර දක්වන්න. එනයින් මේවාට පොදු z සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව සොයන්න.

04. $(1+x)^{14}$ හි ප්‍රසාරණයේ x^r, x^{r+1}, r^{r+2} පදවල සංගුණක සමාන්තර ශ්‍රේණියක පිහිටයි නම් r ට තිබිය හැකි අගයන් සොයන්න.

05. $lim_{x\to\pi/4}\ \frac{tan^3x-\tan x}{cos(x+\frac{\pi}{4})}$ හි අගය සොයන්න.

06. $x = 4\, sec\, \theta$ සහ $y = cosec\, \theta$ මගින් දෙනු ලබන වක්‍රය S යැයි ගනිමු. මෙහි θ යනු පරාමිතියකි. S වක්‍රයට $\theta = \pi/3$ට අනුරූප ලක්ෂ්‍යයේ වූ අභිලම්බයට S වක්‍රය නැවත $\theta = \alpha$ ට අනුරූප ලක්ෂ්‍යයේ දී හමු වේ. $144\, sec\, \alpha\ = \sqrt{3}\ cosec\alpha + 286$ බව පෙන්වන්න.

07. $y = 1$ සහ $y = 2$ සරල රේඛා දෙක ද $y = ax^2$ සහ $y = \frac{1}{2}ax^2$ වක්‍ර දෙක ද එකම තලයක අඳින්න. මෙහි $a > 0$ වේ. රේඛා දෙක හා වක්‍ර දෙක මගින් පර්යන්ත වර්ගඵලය සොයන්න.

08. $2x - y + 2 - 0$ සරල රේඛාව තුළින් $A \equiv (3, d)$ ලක්ෂ්‍යයේ ප්‍රතිබිම්භය සහ $x + 3y + \mu = 0$ සරල රේඛාව තුලින් $B \equiv (-2,2)$ ලක්ෂ්‍යයේ ප්‍රතිබිම්භය සමපාත වේ. $d = 3$ සහ $\mu = -9$ පෙන්වන්න.

09. අරය ඒකක 4 ක් වන වෘත්තයක කේන්ද්‍රය දෙවන වෘත්ත පාදකයෙහි පිහිටයි. x සහ y අක්ෂ දෙකම S ස්පර්ශ කරනු ලබයි. S හි සමීකරණය සොයන්න. තව ද $y = mx + 12$ සරල රේඛාව S ස්පර්ශ වන පරිදි වූ m හි අගය සොයන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

10. $5\cos\theta + 3\cos\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) + 3$ යන ප්‍රකාශනය -4 සහ 10 අතර පවතින බව පෙන්වන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

B කොටස

❖ **ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.**

11. a) a සහ b තාත්වික හා නියත සංඛ්‍යා වේ. $(x-a)^2+(x-b)^2=2$ වර්ගජ සමීකරණයේ මූල α හා β ලෙස ගනිමු.

i) $(a\alpha+b\beta)+(b\beta+a\beta)=(a+b)^2$ බව පෙන්වන්න.

ii) $a=1$ සහ $b=2$ ලෙස ගෙන $(a\alpha+b\beta)$ හා $(b\alpha+a\beta)$ මූල වන වර්ගජ සමීකරණය $(x-p)^2+(x-q)^2=2$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න. මෙහි p සහ q නිර්ණය කළයුතු නියත වේ.

b) i) $f(x)$ බහු පදය $x-1$ න් බෙදූ විට ශේෂය 2 වන අතර $(x-2)$ න් බෙදූ විට ශේෂය 3 වේ. $f(x)$ යන්න $(x-1)\,(x-2)$ න් බෙදූ විට ශේෂය සොයන්න.

ii) x^2-x+2 න් බෙදූ විට $5x-7$ ක ශේෂයක් ද x^2+x-1 න් බෙදූ විට $12x-1$ ක ශේෂයක් ද ලැබෙන පරිදි වූ x හි තුන්වන මාත්‍රයේ බහු පදය සොයන්න.

12. a) ශ්‍රී ලාංකිකයින් 7 දෙනෙකු ද චීන ජාතිකයින් 3 දෙනෙකු ද ඉන්දියානු ජාතිකයෙකු හා බුරුම ජාතිකයෙකු යන මොවුන් අතුරින් 6 දෙනෙකුගෙන් යුතු කාරක සභාවක් තෝරා ගත යුතුය.

i) ඉන්දියානු ජාතිකයා සෑම විටම ඇතුල්වන පරිදි

ii) පිටරට එක් ජාතීන්ගෙන් එක් අයෙකු පමණක් ඇතුල්වන පරිදි

iii) එක් පිට ජාතිකයෙකු පමණක් ඇතුල්වන පරිදි

iv) යටත් පිරිසෙයින් එක් පිට ජාතිකයෙකු ඇතුල්වන පරිදි, තෝරාගෙන ප්‍රභින්න ආකාර කොපමණ ද?

b) $r\in\mathbb{Z}^+$ සඳහා $Ur=\frac{2^r}{2^{2r+1}-3.2^r+1}$ යැයි ගනිමු.

$r\in\mathbb{Z}^+$ සඳහා $Ur=f(r)-f(r+1)$ වන පරිදි $f(r)$ සොයන්න.

එමගින් $\sum_{r=1}^{n}Ur=1-\frac{1}{2^{n-2}-1}$ බව පෙන්වන්න. මෙම ශ්‍රේණිය අභිසාරී වේ ද?

13. a) i) $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$ නම් $A^2 - 9A + 14I = 0$ බව පෙන්වා එමඟින් A^{-1} ලබා ගන්න.

ii) $x + y - 2 = 0$

$2x + y - 3 = 0$ සමගාමී සමීකරණ න්‍යාය භාවිතයෙන් විසඳන්න.

b) i) $(1 + 4i)x + (1 + 2i)^2 y + 12 = 0$ සමීකරණය තෘප්ත කරන x හා y අගයන් සොයන්න. එනයින් $x + iy$ සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවේ මාපාංකය සහ විස්තාරය සොයන්න.

අ) $z = 1 + i$ ලෙස ගනිමු.

z^3 හි මාපාංකය සහ විස්තාරය සොයන්න.

ආ) ආගන්ඩ් සටහනේ O යනු මූල ලක්ෂ්‍යයි. A ලක්ෂ්‍යයෙන් z සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවද B ලක්ෂ්‍යයේ z^3 සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවද පෙන්වයි. OABC සමාන්තරාස්‍රයක් වන පරිදි C ලක්ෂ්‍යයෙන් නිරූපනය වන සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවේ මාපාංකය සහ විස්තාරය සොයන්න.

14. a) $x \neq 1,3$ සඳහා $f(x) = \frac{x^2}{(x-1)(x-3)}$ යැයි ගනිමු. ලක්ෂ නතිවර්ථන ලක්‍ෂ සහ ස්පර්ශෝන්මුඛ දක්වමින් $y = f(x)$ හි දළ සටහනක් අඳින්න.

$y = f(x)$ ප්‍රස්තාරය සැලකීමෙන් $x^2 = e^x(x - 1)(x - 3)$ සමීකරණයේ තාත්වික විසඳුම් ගණන සොයන්න.

b) අරය a වන වෘත්තයක් තුල 2θ සිරස් කෝණය ඇති සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයක් අන්තර්ගත කර ඇත. ත්‍රිකෝණයේ පරිමිතිය $2a(\sin 2\theta + 2\cos\theta)$ බව පෙන්වන්න. එනයින් පරිමිතිය උපරිම වන θ හි අගය සොයා උපරිම පරිමිතිය $3\sqrt{3}a$ වන බව පෙන්වන්න.

15. a) $\frac{1}{(x-2)(x+1)^2}$ භින්න භාග වලට වෙන් කර දක්වන්න. එනයින් හෝ අන් ක්‍රමයකින් $\int_0^1 \frac{dx}{(e^{2x}-2e^x)(1+2e^{-x}+e^{-2x})}$ සොයන්න.

b) කොටස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිතයෙන් $\int x.\cos x.\sin 2x.dx$ අගය සොයන්න.

c) $\int_0^a f(x)dx = \int_0^a f(a - x)\,dx$ බව පෙන්වන්න.

එනයින් $\int_0^\pi x.\sin^n x\,dx = \frac{\pi}{2}\int_0^\pi \sin^n x\,dx$ බව පෙන්වන්න. n යනු ධන නිඛිලයකි.

තව ද $n \geq 2$ විට $\int_0^\pi x.\sin^n x\,dx = \frac{n-1}{n}\int_0^\pi \sin^{n-2}x\,dx$ බව පෙන්වන්න.

එනයින් $\int_0^\pi x\sin^4 x\,dx$ අගයන්න.

16. a) ABC ත්‍රිකෝණයේ AB, AC පාදවල ලම්බ සමච්ඡේදක පිලිවෙලින් $2x - y = 0,\ x - 3y = 0$ වේ. A ලක්ෂ්‍යය $x + y = 0$ රේඛාව මත පිහිටා ඇත. BC පාදය (-2,11) ලක්ෂ්‍යය හරහා යන්නේ නම්, ත්‍රිකෝණයේ පාදවල සමීකරණ සොයන්න.

b) λ යනු පරාමිතික නියතයක් විට $S_1 = x^2 + y^2 + 2g_1x + 2f_1y + c_1 = 0$

$S_2 = x^2 + y^2 + 2g_2x + 2f_2y + c_2 = 0$ වෘත්ත වල ඡේදන ලක්‍ෂ හරහා යන වෘත්තය

$S_2 + \lambda S_2 = 0$ බව පෙන්වන්න.

$S_1 = 3x^2 + 3y^2 - 6x - 1 = 0$ හා $S_2 = x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0$

වෘත්ත දෙකේ ඡේදන ලක්ෂ හරහා යන වෘත්තය $S_1 = 0$ මුල් වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය හරහා ද යයි නම් එම වෘත්තයේ සමීකරණය සොයා එය $S_2 = 0$ ලෙස වූ දෙවන වෘත්තය ප්‍රලම්භව ඡේදනය කරන බව පෙන්වන්න.

17. a) $sin\,(A + B) = sin\,A\,cos\,B + cos\,A\,sin\,B$ යන්න භාවිතයෙන් $sin\,3\theta$ සඳහා ප්‍රකාශනයක් $sin\,\theta$ ඇසුරෙන් ලබා ගන්න.

$sin\,\theta . sin\,\left(\frac{\pi}{3} - \theta\right)\ .sin\,\left(\frac{\pi}{3} + \theta\right) = \frac{1}{4} sin\,3\theta$ බව පෙන්වන්න.

$sin\,\frac{\pi}{9}\ ,\ sin\,\left(\frac{2\pi}{9}\right).\ sin\,\left(\frac{4\pi}{9}\right) = \frac{3}{16}$ බව පෙන්වන්න.

b) $f(x) = \sqrt{3}(sinx\ + cosx\ ) + (cosx\ - sinx\ ) - 2$ යැයි ගනිමු. $f(\,x)$ යන්න A $cos\,cos\,(x + \alpha) + B$ ආකාරයට ප්‍රකාශ කරන්න. A, B, α නිර්ණය කළ යුතු නියත වේ. එහෙයින් $f(x\,) = 0$ සමීකරණය විසඳන්න. තවද $0 \leq x \leq 2\pi$ සඳහා $y = \frac{1}{2} f(\,x)$ හි ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

c) sin නීතිය ලියා දක්වන්න.

ABC ත්‍රිකෝණයේ A හරහා ඇඳි මධ්‍යස්ථයේ දිග m වන අතර AB හා AC පාද සමඟ පිළිවෙලින් α හා β කෝණ සාදයි. පහත දැක්වෙන දේ සාධනය කරන්න.

i) $2m(sin\,\alpha\ - sin\,\beta) = a(sin\,B - sin\,C)$

ii) $2m\,sin\,\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right) = (b - c)\ Sin\,\frac{A}{2}$

නැණ සයුර අධ්‍යාපනික වැඩසටහන
උතුරු මැද පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව
සරසවි පිවිසුම් අත්වැල

13 ශ්‍රේණිය **සංයුක්ත ගණිතය - II පත්‍රය** **කාලය - පැය 03 මිනිත්තු 10**

A කොටස

❖ **ප්‍රශ්න සියල්ලටම පිළිතුරු සපයන්න.**

1) A සහ B නම් ගෝල දෙකක ස්කන්ධ පිළිවෙලින් m සහ $4m$ වන අතර සුමට තිරස් තලයක නිසලව ඇත. B සමඟ සෘජුව ගැටෙන සේ A ගෝලයට U ප්‍රවේගයක් දෙනු ලැබේ. ගැටුමෙන් පසු ku ප්‍රවේගයන් B චලනය වන අතර K යනු නියතයකි.

$a)$ ගැටුමෙන් පසු A හී ප්‍රවේගය $U(1-4k)$ බවත්

$b)$ ප්‍රත්‍යාගතික සංගුණකය පිළිබඳ නිව්ටන් නියමය ආධාරයෙන් $\frac{1}{5} \leq k \leq \frac{2}{5}$ බව පෙන්වන්න.

2) ප්‍රක්ෂේපන ලක්ෂයෙ සිට a දුරින් පිහිටි සිරස් බිත්තියක් වෙත U ප්‍රවේගයෙන් අංශුවක් ප්‍රක්ෂේපනය කරනු ලැබේ. අංශුවට h උසකින් ඇති බිත්තියක් උඩින් යන්තමින් යා හැකිනම් hට ගත හැකි වැඩිතම අගය $\frac{u^4-9^2a^2}{2gu^2}$ බව පෙන්වන්න.

3) දිග l වු සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවකින් එකිනෙකට සම්බන්ධ කොට ඇති ස්කන්ධය $2m$ හා m වන අංශු දෙකක් සුමට තිරස් මේසයක් මත නිසලව තිබේ. m අංශුව සීරුවෙන් මේස ගැට්ටෙන් පහළට හෙලු විට තන්තුව තද වීමට පෙර එම අංශුව $\frac{l}{2}$ දුරක් ගමන් කරයී. තන්තුව තද වී $2m$ අංශුව ගැස්සී චලනය වීමේදී සිදුවන චාලක ශක්ති හානිය $\frac{mgl}{3}$ බව පෙන්වන්න. $2m$ අංශුව මේස ගැට්ටට ලඟා වන විට පද්ධතියේ පොදු ප්‍රවේගය $\frac{2}{3}\sqrt{gl}$ බව පෙන්වන්න.

4) $1 \times 10^5 kg$ ස්කන්ධයෙන් යුත් දුම්රිය එන්ජිමක් $4 \times 10^5 kg$ ස්කන්ධය ඇති මැදිරි පෙළක් ඇදගෙන යයි. දුම්රිය එන්ජිම $400kw$ ක්ෂමතාවයෙන් කාර්යය කරයි. දුම්රිය $10ms^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් හා $\frac{3}{50}\ ms^{-2}$ ත්වරණයෙන් චලිත වේ. චලිතයට එරෙහි මුළු ප්‍රතිරෝධය සොයන්න. ප්‍රතිරෝධය බරට සමානුපාතික නම් මැදිරිය හා එන්ජිම අතර ඇදුම් කඩයේ ආතතිය සොයන්න.

………………………………………………………………………………………………….

………………………………………………………………………………………………….

………………………………………………………………………………………………….

………………………………………………………………………………………………….

………………………………………………………………………………………………….

………………………………………………………………………………………………….

………………………………………………………………………………………………….

………………………………………………………………………………………………….

………………………………………………………………………………………………….

………………………………………………………………………………………………….

………………………………………………………………………………………………….

………………………………………………………………………………………………….

5) දෘඩ ලෙස සවිකොට ඇති අරය γ වන සුමට ගෝලයක ඉහලම ලක්ෂයේ සිට නිශ්චලව සිට අංශුවක් පහලට සර්පනය වේ. මෙම අංශුව වෘත්තාකාර මාර්ගයක් හැර යන විට ඉහලම ලක්ෂයේ සිට $\frac{\gamma}{3}$ දුරක් සිරස් ලෙස පහලට බැස ඇති බව පෙන්වන්න.

………………………………………………………………………………………………….

………………………………………………………………………………………………….

………………………………………………………………………………………………….

………………………………………………………………………………………………….

………………………………………………………………………………………………….

………………………………………………………………………………………………….

………………………………………………………………………………………………….

………………………………………………………………………………………………….

………………………………………………………………………………………………….

………………………………………………………………………………………………….

………………………………………………………………………………………………….

………………………………………………………………………………………………….

………………………………………………………………………………………………….

6) සුපුරුදු අංකනයෙන් O මූලයක් අනුබද්ධයෙන් A සහ Bනම් ලක්ෂ දෙකක පිහිටුම් දෛශික $\lambda\underline{i} + 3\underline{j}$ සහ $3\underline{i} + 4\underline{j}$ වේ. AB රේඛාව මත $AC : CB = 3 : 2$ වන පරිදි C ලක්ෂයේ පිහිටුම් දෛශිකය සොයන්න . AB සහ OC ලම්භක නම් λ හී අගය සොයන්න. $(\lambda > 0)$ වේ.

7) දිග $4a$ වු ඒකාකාර AB දණ්ඩක බර w වේ. A කෙළවර සුමට සිරස් බිත්තියක ගැටෙමින් දණ්ඩ සමතුලිකව ඇත්තේ බිත්තියේ සිට $l(< 2a)$ දුරින් වූ අචල කුඩා සුමට නාදැත්තක් මතින් යමිනි. දණ්ඩ බිත්තිය සමඟ θ කෝණයක් සාදයි. දණ්ඩ මත බල නිරූපණය කරමින් බල ත්‍රිකෝණයක් අඳින්න. නාදැත්තෙන් ඇතිවන ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න. $sin\theta = (\frac{l}{2a})^{1/3}$ බව නේවන්න.

8) රළු කුහර ගෝලයක් තුල ඒකාකාර දණ්ඩක් සීමාකාරී සමතුලිතතාවයේ නිසලව තිබේ. ගෝලයේ කේන්ද්‍රයේහි 2 $\propto$කෝණයක් දණ්ඩෙන් ආපාතනය කෙරේ. ඝර්ෂන කෝණය λ නම් ද දණ්ඩේ තිරසට ආනත කෝණය θ නම් ද $2tan\theta = \tan(\alpha + \lambda) - Tan(\alpha - \lambda)$ බව පෙන්වන්න.

9) A හා B යනු සසම්භාවී පරීක්ෂණයක ස්වායත්ත සිද්ධි දෙකක් වන අතර $p\,(A \cap B) = \frac{1}{3}$ සහ $P(A \cup B) = \frac{5}{6}$ වේ. $P(A) > P(B)$ වන විට $P(A)$ සහ $P(B)$ සොයන්න.

10) සංඛ්‍යා පහක මධ්‍යන්‍යය 4.4 වන අතර විචලතාවය 8.24 වේ. මෙම සංඛ්‍යා පහෙන් තුනක් 1,2 සහ 6 වේ. ඉතිරි සංඛ්‍යා දෙක සොයන්න.

B කොටස

❖ **ප්‍රශ්න පහකට පමනක් පිළිතුරු සහයන්න.**

11) (a) නිශ්චලතාවයෙන් ගමන් අරඹන අංශුවක් සරල රේඛාවක් ඔස්සේ ගමන් කරන්නේ a දුරක් ඒකාකාර ත්වරණයෙන්ද ඉන්පසු ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන්ද අවසාන කොටස ඒකාකාර මන්දනයෙන්ද ගමන් කොට නිසලතාවයට පත්වන සේය. මන්දනයේ විශාලත්වය ත්වරණයේ විශාලත්වය මෙන් දෙගුණයකි. අංශුව ගමන්කල මුළු දුර b වේ. ගත වූ මුළු කාලය T වේ. අංශුවේ චලිතයට ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාරයක් අඳින්න. එනයින් අංශුවේ උපරිම ප්‍රවේගය $\left(\frac{3a+2b}{T}\right)$ බවත්, ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් ගමන් කල දුර $\left(\frac{2b-3a}{2}\right)$ බවත් පෙන්වන්න.

(b) A,B,C,D ගුවන් තොටුපල හතරක් සමචතුරස්‍රයක ශීර්ෂවල පිහිටා ඇත. සුළගක් නැති විටෙක ගුවන් යානය V ප්‍රවේගයෙන් පියාසර කරයි. AC දිශාවට u වේගයෙන් සුළගක් හමන විට ABCDA පථය ඔස්සේ නොනැවතී යාමට ගුවන් යානයට ගතවන කාලය සොයන්න. (සමචතුරස්‍රයේ පාදයක දිග a ලෙස ගන්න). සුළග නැති දිනකදී A,B,C,D පථය ඔස්සේ V වේගයෙන් ගමන් කිරිමට ඉන්ධන ලීටර් n ප්‍රමාණයක් අවශ්‍ය වේ නම් ඉහත කී සුළග ඇති දිනෙක A,B,C,D පථය සම්පුර්ණ කිරිමට අවශ්‍යවන ඉන්ධන ප්‍රමාණය සොයන්න.

12) (a) M ස්කන්ධයෙන් යුත් කුඤ්ඤයක කේන්ද්‍රික හරස්කඩ ABC ත්‍රිකෝණයකි. මෙහි $A\hat{C}B = \pi/2$ $C\hat{A}B = \alpha$ ද වේ. මෙම කුඤ්ඤය සුමට තිරස් මේසයක් මත AB ස්පර්ශ වෙමින් නිසලව පවති. එක එකක ස්කන්ධ m වූ P සහා Q අංශු දෙකක් පිළිවෙළින් CA සහ CB දිගේ නිදැල්ලේ සර්පනය වන සේ තබා ඇත. කුඤ්ඤයේ ත්වරණය සොයන්න.
C හිදී සවිකරන ලද සැහැල්ලු කප්පියක් උඩින් වැටුණු අවිතන්‍ය තන්තුවක් මගින් P සහා Q සම්බන්ධ කරනු ලැබේ. එවිට කුඤ්ඤයේ ත්වරණය $\frac{mg\cos2\alpha}{2M+3m-m\sin2\alpha}$ බව පෙන්වන්න.

(b) කේන්ද්‍රය O සහ අරය a වූ අචල සුමට කුහර ගෝලයක ඇතුලත පහත්ම ලක්ෂ්‍යයේ ඇති p අංශුවක් u ප්‍රවේගයෙන් තිරස්ව ප්‍රක්ෂේපනය කරනු ලැබේ. op රේඛාව උඩු සිරස සමග θ කොණයක් සාදන විට අංශුව තවම ගෝලයේ පෘෂ්ඨය සමඟ ස්පර්ශ වී ඇත්නම් එහි ප්‍රවේගය හා ගෝලය මගින් ඇති කරනු ලබන ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.
$2ga < u^2 < 5ga$ වන්නේ නම් යම් ලක්ෂ්‍යකදී අංශුව ගෝලයෙන් ඉවත්ව යන බව පෙන්වන්න. එවිට අංශුව උඩු සිරස සමඟ $\cos^{-1}\left(\frac{u^2-2ga}{3ga}\right)$ සුළු කෝණයක් සාදන දිශාවකට උඩු අතට චලනය වන බවත්, අංශුවේ ප්‍රවේගය $\sqrt{\frac{u^2-2ga}{3}}$ වන බවත් පෙන්වන්න.

13) ස්වාභාවික දිග l වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරකට ස්කන්ධය m වූ p අංශුවක් ඈඳා තන්තුවේ අනෙක් කෙළවර O ලක්ෂ්‍යයකට සවි කර ඇත. ආරම්භයේ දී p අංශුව O හි තබා යටි අතට

$\sqrt{2gl}$ ප්‍රවේගයෙන් සිරස්ව පහලට ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. p අංශුව l දුරක් වැටුන විට එහි ප්‍රවේගය සොයන්න.

තන්තුවේ දිග $l + x$ වන විට p අංශුව සරල අනුවර්තී චලිතයක යෙදෙන බවත් එහි කේන්ද්‍රය O සිට $2l$ දුරකින් පිහිටන බවත් පෙන්වන්න.

ඉන්පසු ඇතිවන චලිතයේ දී අංශුව O සිට පහලට චලනය විය හැකි උපරිම දුර $(2 + \sqrt{5})l$ බව සාධනය කරන්න.

O සිට ගැඹුරුම ලක්ෂ්‍යයට ළඟා වීමට p අංශුව ගන්නා කාලය $(2 - \sqrt{2} + \pi - \cos^{-1}\frac{1}{\sqrt{5}})\sqrt{\frac{l}{g}}$ බව පෙන්වන්න.

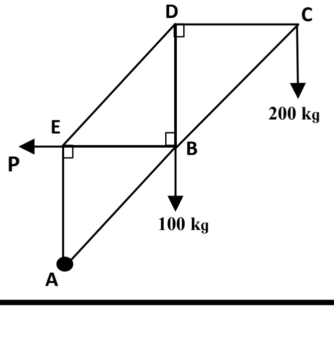
14) (a) A, B, P, Q ලක්ෂ්‍ය හතරක පිහිටුම් දෛශික $\underline{a}, \underline{b}, \frac{1}{3}\underline{b}, \frac{1}{4}\underline{a}$ වේ. O යනු මූලය වේ. $\underline{a}$, සහ $\underline{b}$ අසමාන්තර සහ අභිශුන්‍ය නොවන දෛශික දෙකකි. OAB ත්‍රිකෝණයේ OB, OA, AB පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙලින් D, E, F වේ. ED සහ AB සමාන්තර බව පෙන්වන්න.
AP සහ EF රේඛා L හිදී ද BQ සහ DF රේඛා M හිදී ද හමුවේ. L ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටුම් දෛශිකය සොයන්න. PQ සහ AB පාද R හි දී හමු වේ. R ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටුම් දෛශිකය සොයන්න.

(b) ABCD සෘජුකෝණාස්‍රයක් වන අතර AB = 8m, BC = 6m ද වේ. P, Q, R, S යනු පිළිවෙලින් AB, BC, CD, DA පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය වේ. 5N, 10N, 15N, 20N, λ, μ විශාලත්ව ඇති බල අකුරු පටිපාටියෙන් දැක්වෙන දිශා ඔස්සේ පිළිවෙලින් PQ, QR, RS, SP, AC, BD දිගේ ක්‍රියා කරයි.

i) මෙම පද්ධතිය සමතුලිතව පැවතිය නොහැකි බවත්,
ii) මෙම පද්ධතිය යුග්මයකට ඌනනය වෙයි නම් $\lambda = \mu = 10N$ බවත්,
iii) පද්ධතිය C හරහා ක්‍රියාකරන තනි බලයකට ඌනනය වේ නම් $\mu = 35N$ බව ද තනි බලයේ අඩුම අගය 24N බව ද පෙන්වන්න.

15) (a) එක එකක බර ω වූ ද දිග a බැගින් වූ ද AB, AC දඬු දෙක A හි දී සුමටව සන්ධි කර A වලින් නිදහසේ එල්ලා ඇත. $B\hat{A}C = 2\alpha$ වන පරිදි සමමිතිකව තබා ඇත්තේ B හා AC මත පිහිටි D සබැදෙන දිග b වූ ලුහු දණ්ඩක් මගිනි. BD සහ AC ලම්භක නම්, $\tan\alpha = \frac{b}{a+\sqrt{a^2-b^2}}$ බව පෙන්වා ලුහු දණ්ඩේ ඇතිවන තෙරපුම $\frac{\omega a \sin\alpha}{2\sqrt{a^2-b^2}}$ බව පෙන්වන්න.

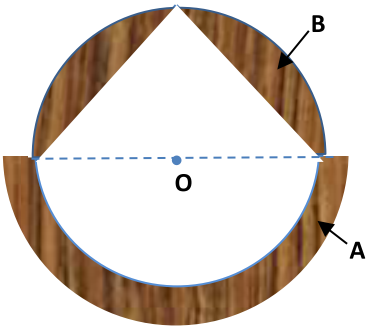
(b) සුමට ලෙස සන්ධි කල සැහැල්ලු දඬු 7 කින් යුත් රාමු සැකිල්ලේ තිරස් සහ සිරස් දඬු දිගින් සමාන වේ. B සහ C හි දී 100 kg සහ 200 kg භාර එල්ලා A හි දී සුමට ලෙස අසව්කොට AE සිරස් වන සේ E හි දී P තිරස් බලයක් යොදා තිබේ. බෝ - අංකනය පිළිබඳ මූලධර්මය භාවිතයෙන් දඬු මත ගොඩනැගෙන ප්‍රත්‍යාබලයන් සොයන්න.



16) අරය a වූ ඒකාකාර ඝන අර්ධ ගෝලයක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය අනුකලනය භාවිතයෙන් සොයන්න. අරය a සහ කේන්ද්‍රය O වූ ඒකාකාර ඝන අර්ධ ගෝලයෙන් ආධාරකයේ අරය na වන $(0 < n < 1)$ කුඩා අර්ධ ගෝලයක් ඉවත් කරනු ලැබේ. දැන් ලැබෙන බාහිර අරය a හා අභ්‍යන්තර අරය na වන අර්ධගෝලාකාර කවචය A ලෙස ගනිමු. A හි ගුරුත්ව කේන්ද්‍රයට O සිට දුර $\frac{3(n+1)\,(n^2+1)a}{8(n^2+n+1)}$ බව පෙන්වන්න.

ඉන්පසු ඉවත් කල අරය na වන අර්ධ ගෝලයෙන් අරය na ද උස na ද වූ ඝන ඒකාකාර කේතුවක් ඉවත් කරනු ලැබේ. කේතුව ඉවත් කිරීමෙන් ලැබෙන නව ඝන වස්තුව B නම් B හි ගුරුත්ව කේන්ද්‍රයට ආධාරකයේ සිට දුර සොයන්න.

දැන් රූපයේ පරිදි A සහ B වස්තු සම්බන්ධ කිරීමෙන් සංයුක්ත වස්තුවක් සාදන ලදී. මෙම නව සංයුක්ත වස්තුවේ ගුරුත්ව කේන්ද්‍රයට O සිට දුර සොයන්න. දැන් මෙම සංයුක්ත ඝන වස්තුව සමතල පොළවක A හි වක්‍ර පෘෂ්ඨයේ ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයක් සමතල පොළොවේ ස්පර්ශව සමතුලිතව පැවැතිය හැකි නම්, n හි අගය සොයන්න.



17) (a) i) A සහ B යනු ස්වායත්ත සිද්ධි දෙකක් වන අතර A' සහ B' ද ස්වායත්ත සිද්ධි බව සාධනය කරන්න.

ii) කාර්යාලයක යතුරු ලියන කාර්යයන් A, B, C නම් වූ තිදෙනෙක් විසින් කරනු ලබන අතර ඔවුන් විසින් යතුරු ලියනය කරන ලද සියළුම ලිපි වල කාබන් පිටපතක් ලිපි ගොනු වල තැන්පත් කරනු ලැබේ. කාර්යාලයේ මුළු යතුරු ලියන කාර්යන්ගෙන් $\frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \frac{4}{7}$ ප්‍රමාණයන් පිළිවෙලින් A, B, C විසින් කරනු ලබන අතර ඔවුන් විසින් පිළියෙල කරන ලද ලියනයක දෝෂ සහිත තැනක් තිබීමේ සම්භාවිතා පිළිවෙලින් 0.04, 0.03, 0.01 වේ. ලිපිගොනුවලින් ලිපියක් සසම්භාවී ව තෝරාගත් විට එහි දෝෂ සහිත තැනක් තිබේ නම් එය B නැමැති පුද්ගලයා විසින් පිළියෙල කරන ලද ලිපියක් වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(b) i) නිරීක්ෂණ 25 ක මධ්‍යන්‍යය සහ සම්මත අපගමනය කරන ශිෂ්‍යයෙකුට මධ්‍යන්‍යය 50 සහ සම්මත අපගමනය 2 ලෙස ලැබුණි. නැවත පරීක්ෂා කිරීමේ දී එක් නිරීක්ෂණයක් 64 ලෙස වැරදියට සටහන් කර තිබූ බව පෙනුනි. නමුත් මෙහි නිවැරදි අගය 59 වේ. නිවැරදි කරන ලද දත්ත කුලකයේ මධ්‍යන්‍යය සහ සම්මත අපගමනය සොයන්න.

ii) එක්තරා රූපවාහිනී වැඩසටහන් නරඹන 100 දෙනෙකු සසම්භාවීව තෝරාගෙන ඇත. වයස අනුව පහත පරිදි කණ්ඩ වලට වෙන්කර ඇත.

වයස් කාණ්ඩය	1-10	11-20	21-30	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90
පුද්ගලයන් ගණන	9	25	21	17	12	8	5	2	1

a) වැඩසටහන් නරඹන අයගේ මාතය සහ මධ්‍යස්ථය සොයන්න.

b) මධ්‍යනාසය සහ විචලතාව ලබාගන්න.

c) කුටිකතාවය සොයා ව්‍යාප්තියේ හැඩය පැහැදිලි කරන්න.